

Київський університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-методичної та
навчальної роботи
Олексій ЖИЛЬЦОВ
«01» 09 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

для студентів

спеціальності 111 Математика
освітнього рівня першого (бакалаврського)
освітньої програми 111.00.01 Математика

Київ – 2022



Розробники:

10

Самойленко Юлія Іванівна, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри комп'ютерних наук і математики факультету Інформаційних технологій і управління Київського університету імені Бориса Грінченка

Викладачі:

Самойленко Юлія Іванівна, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри комп'ютерних наук і математики факультету Інформаційних технологій і управління Київського університету імені Бориса Грінченка

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних наук і математики

Протокол від 28.08.2020 р. № 10

Завідувач кафедри О. С. Литвин (О.С. Литвин)

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми 111.00.01 Математика

28.08.2020 р.

Керівник освітньої програми М.М. Астаф'єва (М.М. Астаф'єва)

Робочу програму перевірено

_____. 20__ р.

Заступник директора/декана І.Ю. Мельник (І.Ю. Мельник)

Пролонговано:

на 2021/2022 н.р. О. С. Литвин (підпис), «26» 08 2021 р., протокол № 10

на 2022/2023 н.р. О. С. Литвин (підпис), «04» 08 2022 р., протокол № 10

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис), «____» ____ 20__ р., протокол № ____

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис), «____» ____ 20__ р., протокол № ____

Операційне числення, «Прикладна математика*»

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання
	денна
Вид дисципліни	вибіркова
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Загальний обсяг кредитів / годин	4 / 120 год
Курс	4
Семестр	7
Кількість змістових модулів з розподілом:	4
Обсяг кредитів	4
Обсяг годин, в тому числі:	120 год.
Аудиторні	56 год.
Модульний контроль	8 год.
Самостійна робота	56 год.
Форма семестрового контролю	залік

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Операційне числення» є нормативним документом Київського університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою комп'ютерних наук і математики і математики відповідно до освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня та навчального плану спеціальності 111 Математика, освітньої програми 111.00.01 Математика.

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи (ЄКТС) організації навчання.

Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач першого (бакалаврського) рівня відповідно до вимог освітньої програми, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Операційне числення» та необхідне методичне забезпечення, складові і технології оцінювання навчальних досягнень студентів.

Навчальна дисципліна «Операційне числення» складається з чотирьох змістових модулів: Перетворення Лапласа та його властивості, Інтеграл Мелліна, Застосування операційного числення до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь з частинними похідними. Обсяг дисципліни – 120 год (4 кредити).

Метою викладання навчальної дисципліни «Операційне числення» є формування у студентів знань, вмінь і навичок щодо застосувань теоретичних основ операційного числення у професійній діяльності, зокрема, в освітній галузі, а також при розв'язуванні звичайних диференціальних рівнянь з початковою умовою, основних мішаних крайових задач математичної фізики, які моделюють різноманітні процеси та явища фізики, електротехніки, механіки, біології тощо.

Завдання отримання базових знань з операційного числення, серед яких поняття зображення Лапласа, оригіналу, умов існування зображення Лапласа і оберненого до нього, основні властивості перетворення Лапласа та набуття наступних компетентностей:

загальні компетентності

ЗК-1: Здатність комплексно розв'язувати проблему. Розуміння поставленої задачі; здатність проникати в суть явища, проблеми, завдання, виявляти характерні ознаки, суттєві риси та взаємозв'язки, проводити аналогії, узагальнювати; володіння системним, цілісним підходом до аналізу й оцінки ситуації та вирішення проблеми

ЗК-3: Креативність. Відкритість до нових знань, ідей і технологій; здатність продукувати нестандартні ідеї, творчо підходити до вирішення проблеми чи виконання завдання.

ЗК-5: Взаємодія з іншими. Готовність та здатність виконувати проекти у складі групи, брати на себе відповідальність за виконання спільних робіт; уміння вести дискусію, аргументовано відстоюючи свою точку зору.

ЗК-8: Когнітивна гнучкість. Здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; спроможність аналізувати явище, ситуацію, проблему, враховуючи різні параметри, фактори, причини; здатність адаптувати мислення для вирішення задач в змінених умовах чи нестандартних ситуаціях.

ЗК-10: Формулювання суджень і ухвалення рішень. Спроможність орієнтуватися у різних поглядах на проблему та шляхи її розв'язання, формувати власну думку; уміти формулювати задачу, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок, переконливо його представляти.

фахові компетентності

ФК-1: Фундаментальні знання обов'язкових навчальних дисциплін, включаючи обізнаність із окремими сучасними досягненнями, критичне осмислення основних теорій, принципів, методів і понять.

ФК-2: Здатність проводити міркування, дотримуючись законів та правил математичної логіки.

ФК-3: Здатність проводити математичні доведення на базі аксіоматичного підходу, спроможність відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

ФК-5: Навички обчислень, зокрема усних, тотожних перетворень виразів, вибору раціональних методів і способів обчислень, перетворень, ефективне використання технічних засобів; здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час розрахунків.

ФК-9: Здатність застосовувати математичні факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства чи галузей науки: фізики, інформатики, економіки тощо; зокрема, спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики, розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти; спроможність формулювати задачі оптимізації і прийняття рішень та інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач; спроможність перевіряти математичну модель на адекватність емпіричним даним.

ДФК-1: Навички основ моделювання сучасними математичними методами з розділів математики, вивчення яких передбачене навчальним планом в рамках зазначеної спеціалізації, з використанням, у тому числі, відповідних комп'ютерних програм та інформаційних технологій.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен знати:

- означення оригіналу, образу при відображенні Лапласа, умови існування відображення Лапласа;
- властивості перетворення Лапласа, серед яких властивості лінійності, подібності, зміщення, запізнення, випередження, диференціювання за параметром, диференціювання оригіналу, диференціювання зображення, інтегрування оригіналу, інтегрування зображення, множення зображення (теорема Бореля), множення оригіналів (теорема Дюамеля);
- теорему про відновлення оригіналу за його зображенням Лапласа, першу та другу теорему розкладу.

вміти:

- знаходити перетворення Лапласа за допомогою означення та з використанням властивостей перетворення Лапласа;
- знаходити оригінал за відомим образом (при відображенні Лапласа) за допомогою першої теореми розкладу з використанням рядів Лорана;
- знаходити оригінал за відомим образом (при відображенні Лапласа) за допомогою другої теореми розкладу з використанням теорії лишків;
- застосовувати операційне числення до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, основних мішаних крайових задач математичної фізики, різницевого та інтегрального рівнянь.

та досягти наступних **програмних результатів навчання:**

- **ПРН-3-4** Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії.
- **ПРН-У-6** Упізнавати математичні структури в інших (нематематичних) теоріях; формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; застосовувати математичні теореми та формули з різних розділів математики до розв'язування прикладних задач середньої складності; здійснювати базові перетворення математичних моделей з метою розв'язування математичних та/або прикладних задач; оцінювати точність та достовірність отриманих результатів;
- **ДПРН-1** Використовувати методи дисциплін, що вивчаються в рамках спеціалізації (економетрію, операційне числення, варіаційне числення, фінансову математику, дослідження операцій, символічні обчислення та комп'ютерну алгебру), до розв'язування легких і середньої складності прикладних задач, зокрема, оптимізаційних; застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Усього	Розподіл годин між видами робіт		
		Аудиторна:		Самостійна робота
		лекції	практичні	
Змістовий модуль 1. Перетворення Лапласа та його властивості				
Тема 1. Перетворення Лапласа, умови його існування	10	2	2	6
Тема 2. Властивості перетворення Лапласа	16	4	4	8
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 1	28	6	6	14
Змістовий модуль 2. Інтеграл Мелліна				
Тема 3. Інтеграл Мелліна та його властивості	14	2	4	8
Тема 4. Перша та друга теореми розкладу	14	4	4	6
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 2	30	6	8	14
Змістовий модуль 3. Застосування операційного числення до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь				
Тема 5. Застосування перетворення Лапласа для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами	14	4	4	6
Тема 6. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами	14	4	4	6
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 3	30	8	8	12

Змістовий модуль 4. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь з частинними похідними				
Тема 7. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для хвильових рівнянь	14	2	4	8
Тема 8. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь теплопровідності	16	4	4	8
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 4	32	6	8	16
Усього годин	120	26	30	56

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Перетворення Лапласа та його властивості

Тема 1. Перетворення Лапласа, умови його існування.

Означення оригіналу, показника росту, перетворення Лапласа. Теорема про достатні умови існування перетворення Лапласа.

Тема 2. Властивості перетворення Лапласа.

Основні властивості перетворення Лапласа, серед яких властивості лінійності, подібності, зміщення, запізнення, випередження, диференціювання по параметру, диференціювання оригіналу, диференціювання зображення, інтегрування оригіналу, інтегрування зображення, множення зображення (теорема Бореля), множення оригіналів (теорема Дюамеля).

Змістовий модуль 2. Інтеграл Мелліна.

Тема 3. Інтеграл Мелліна та його властивості.

Знаходження оригіналу за його зображенням Лапласа за допомогою інтеграла Мелліна. Обчислення інтеграла Мелліна за допомогою теорії лишків.

Тема 4. Перша та друга теореми розкладу.

Перша теорема розкладу та друга теорема розкладу. Їх застосування до знаходження оригіналу за зображенням Лапласа.

Змістовий модуль 3. Застосування операційного числення до розв'язування диференціальних рівнянь.

Тема 5. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування початкових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач Коші для лінійних звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь з використанням властивостей диференціювання оригіналу.

Тема 6. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування початкових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь.

Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач Коші для систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь з використанням властивостей диференціювання оригіналу.

Змістовий модуль 4. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь з частинними похідними.

Тема 7. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування мішаних крайових задач для хвильового рівняння.

Застосування перетворення Лапласа до розв'язування гіперболічних рівнянь з різними крайовими та початковими умовами.

Тема 8. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування мішаних крайових задач для рівняння теплопровідності.

Застосування перетворення Лапласа до розв'язування параболічних рівнянь з різними крайовими та початковими умовами як для випадку однорідного, так і для випадку неоднорідного рівняння.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1 Система оцінювання навчальних досягнень студентів

Навчальні досягнення студентів з дисципліни оцінюються за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поетапної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за поточну роботу студента на практичних заняттях, за виконання самостійної роботи, за модульну контрольну роботу.

Кількість балів за роботу з теоретичним матеріалом, на практичних заняттях, під час виконання самостійної роботи залежить від дотримання таких вимог:

- систематичність відвідування занять;
- своєчасність виконання навчальних завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- якість виконання навчальних і індивідуальних завдань;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань;
- ініціативність у навчальній діяльності.

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
			Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	3	3	3	3	4	4	3	3
2	Відвідування практичних занять	1	3	3	4	4	4	4	4	4
3	Робота на практичних заняттях	10	3	30	4	40	4	40	4	40
4	Виконання модульної контрольної роботи	25	1	25	1	25	1	25	1	25
5.	Самостійна робота	5	1	5	1	5	1	5	1	5
	Разом	-	-	66	-	77	-	78	-	77
	Максимальна кількість балів:	100								
	Розрахунок коефіцієнта	$100/298 = 0.34$								

6.2 Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
Змістовий модуль 1. Перетворення Лапласа та його властивості		14	5
1	Обчислення зображення за Лапласом	6	2
2	Обчислення зображення Лапласа з використанням властивостей перетворення Лапласа	8	3
Змістовий модуль 2. Інтеграл Мелліна		14	5
3	Знаходження оригіналу за зображенням	8	3
4	Застосування теорії лишків до знаходження функцій-оригіналів	6	2

Змістовий модуль 3. Застосування операційного числення до розв'язування диференціальних рівнянь		12	5
5	Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь для випадку неоднорідностей спеціального вигляду. Порівняння методів знаходження розв'язків звичайних диференціальних рівнянь за допомогою класичних методів звичайних диференціальних рівнянь та операційних методів	6	2
6	Задача Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь. Порівняння методів знаходження розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь за допомогою класичних методів теорії звичайних диференціальних рівнянь та операційних методів	6	3
Змістовий модуль 4. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь з частинними похідними		16	5
7	Порівняння методу Фур'є та методів операційного числення для розв'язування гіперболічних рівнянь з різними крайовими та початковими умовам	8	2
8	Порівняння методу Фур'є та методів операційного числення для розв'язування параболічних рівнянь з різними крайовими та початковими умовам	8	3
Разом		56	20

6.3 Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання

Модульний контроль проводиться у письмовій формі. Оцінка модульного контролю обчислюється як відсоток правильних відповідей, помножений на максимальну оцінку в балах за модульну контрольну роботу, яка дорівнює 25.

6.4 Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання

Семестрове (підсумкове) оцінювання проводиться у формі заліку

6.5 Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Сума балів за всі види навчальної діяльності	Значення оцінки
A	90-100	Відмінно – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з, можливими, незначними недоліками
B	82-89	Дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81	Добре – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	69-74	Задовільно – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68	Достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59	Незадовільно з можливістю повторного складання - незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням курсу – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична карта дисципліни

Разом: 120 год., із них: лекції – 26 год., практичні заняття – 30 год., модульний контроль – 8 год., самостійна робота – 56 год.

Модулі (назви, бали)	1. Перетворення Лапласа та його властивості (66 балів)		2. Інтеграл Мелліна (77 балів)		3. Застосування операційного числення до розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (78 балів)		4. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для рівнянь з частинними похідними (77 балів)	
Теми	1і	2	3	4	5	6	7	8
Лекції (теми, бали)	1. Перетворення Лапласа, умови його існування (1 бал)	2. Властивості перетворення Лапласа (2 бали)	3. Інтеграл Мелліна та його властивості (1 бал)	4. Перша та друга теореми розкладу (2 бали)	5. Застосування пе- ретворення Лапласа до розв'язування початкових задач для звичайних диференціальних рівнянь (2 бали)	6. Застосування пе- ретворення Лапласа до розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь (2 бали)	7. Застосування пере- творення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для гіперболічних рівнянь (2 бали)	8. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування основних мішаних крайових задач для параболічних рівнянь (2 бали)
Практичні заняття (теми, бали)	1. Обчислення зображення Лапласа за означенням (11 балів)	2. Обчислення зображення Лапласа з використанням властивостей перетворення Лапласа. (22 бали)	3. Застосування інтеграла Мелліна до знаходження оригіналу за зображенням (22 бали)	4. Застосування першої та другої теореми розкладу до знаходження оригіналу за його зображенням Лапласа.(22 бали)	5. Розв'язування за допомогою перетворення Лапласа початкових задач для лінійних звичайних диференціальних рівнянь з різними функціями у правій частині рівняння (22 бали)	6. Розв'язування за допомогою перетворення Лапласа початкових задач для систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь (22 бали)	7. Розв'язування за допомогою перетворення Лапласа основних мішаних крайових задач для хвильового рівняння (22 бали)	8. Розв'язування за допомогою перетворення Лапласа основних мішаних крайових задач для рівняння теплопровідності (22 бали)
Самостійна робота	Самостійна робота (5 балів)		Самостійна робота (5 балів)		Самостійна робота (5 балів)		Самостійна робота (5 балів)	
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)		Модульна контрольна робота 2 (25 балів)		Модульна контрольна робота 3 (25 балів)		Модульна контрольна робота 4 (25 балів)	
Підсумковий контроль (вид, бали)	Залік							

8. Рекомендована література

Основна

1. Самойленко В.Г., Бородін В.А., Верьовкіна Г.В., Ловейкін А.В., Романенко І.Б. Комплексний аналіз. Приклади і задачі. – К.: Київський університет, 2010. – 224 с.
2. Грищенко О.Ю., Нагнибіда М.І., Настасієв П.П. Теорія функцій комплексної змінної. Розв'язування задач. – К.: Вища школа, 1994. – 375 с.
3. Самойленко В.Г., Самойленко Ю.І. Операційне числення: підручник. (Рекомендовано до друку Вченою радою Київського університету імені Бориса Грінченка 09.06.2021 р. протокол № 5) - *електронний варіант*
4. Самойленко В.Г., Бородін В.А., Верьовкіна Г.В., Ловейкін А.В., Романенко І.Б. Комплексний аналіз. Приклади і задачі. – К.: Київський університет, 2010. – 224 с.
5. Мартиненко М.А., Юрик І.І. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення. – К.: Видавничий Дім “Слово”, 2007. – 296 с.

Допоміжна

1. Давидов М.О. Елементи теорії функцій комплексної змінної. – К.: Рад. шк., 1968. – 212 с.
2. Вища математика: готуємось до атестації. Ч. І. Теоретичні матеріали: навчальний посібник / Астаф'єва М.М. та ін.; за заг. ред. М. Астаф'євої. (Рекомендовано до друку Вченою радою Київського університету імені Бориса Грінченка 17.06.2021 р. протокол № 6). – Київ : КУБГ, 2021, 150 с.