

Київський університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-методичної
та навчальної роботи



Олексій ЖИЛЬЦОВ

2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

для студентів

спеціальності 111 Математика
(шифр і назва спеціальності)
освітнього рівня першого (бакалаврського)
(назва освітнього рівня, ОКР)
освітньої програми 111.00.01 Математика
(шифр і назва освітньої програми)



Київ – 2022

Розробник:

Жданова Юлія Дмитрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Викладач:

Жданова Юлія Дмитрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних наук і математики.

Протокол від «28» 08 2022 року № 10.

Завідувач кафедри О. С. Литвин (О.С. Литвин)
(підпис) (ініціали, прізвище)

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми III Математика першого (бакалаврського) рівня)
(назва освітньої програми)

28.08.2020 р.
Керівник освітньої програми М.М. Астаф'єва (М.М. Астаф'єва)
(підпис)

Робочу програму перевірено

28.08.2020 р.
Заступник директора/декана І.Ю. Мельник (І.Ю. Мельник)
(підпис)

Пролонговано:

на 2021/2022 н.р. О. С. Литвин (ПІБ), «26» 08 2021 р., протокол № 10
(підпис)
на 2022/2023 н.р. О. С. Литвин (ПІБ), «04» 08 2022 р., протокол № 10
(підпис)
на 20__/20__ н.р. (_____) (ПІБ), «__»__ 20__ р., протокол № __
(підпис)
на 20__/20__ н.р. (_____) (ПІБ), «__»__ 20__ р., протокол № __
(підпис)

Методи розв'язування оптимізаційних задач
III Математика

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання	
	денна	заочна
Вид дисципліни	вибіркова	
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська	
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120	
Курс	4	
Семестр	7	
Кількість змістових модулів з розподілом:	4	
Обсяг кредитів	4	
Обсяг годин, в тому числі:	120	
Аудиторні	56 год.	
Модульний контроль	8 год.	
Самостійна робота	56 год.	
Форма семестрового контролю	залік	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма дисципліни «Методи розв'язування оптимізаційних задач» є нормативним документом Київського університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою комп'ютерних наук і математики на основі освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності 111 Математика, освітньої програми 111.00.01 Математика.

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи (ЄКТС) організації навчання.

Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач першого (бакалаврського) рівня відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Методи розв'язування оптимізаційних задач» та необхідне методичне забезпечення, складові та технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Мета:

- формування у студентів знань, вмінь і навичок щодо впровадження та застосування теоретичних основ розв'язування оптимізаційних задач;
- формування у майбутніх спеціалістів теоретичних знань і практичних навичок формалізації задач оптимізації;
- використання спеціалізованих оптимізаційних методів при розв'язуванні задач оптимізації.

Завдання: формування теоретичних знань та практичних умінь з розв'язування оптимізаційних задач та набуття наступних компетентностей:

Загальні компетентності

ЗК-8: Когнітивна гнучкість. Здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; відкритість до застосування знань у широкому діапазоні можливих місць роботи, у повсякденному житті, а також для вирішення нестандартних задач; здатність швидко перемикається з однієї думки на іншу.

ЗК-10: Формулювання суджень і ухвалення рішень. Спроможність орієнтуватися у різних поглядах на проблему та шляхи її розв'язання, формувати власну думку; уміти формулювати задачу, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок, переконливо його представляти.

Фахові компетентності спеціальності

ФК-5: Обчислювальна культура. Навички обчислень, зокрема усних, тотожних перетворень виразів, вибору раціональних методів і способів обчислень, перетворень, ефективне використання технічних засобів; здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час розрахунків.

ФК-9: Моделювання. Здатність застосовувати математичні факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства чи галузей науки: фізики, інформатики, економіки тощо; зокрема, спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики, розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти; спроможність формулювати задачі оптимізації і прийняття рішень та інтерпретувати їхні розв'язки в оригінальному контексті цих задач; спроможність перевіряти математичну модель на адекватність емпіричним даним.

Додаткові фахові компетентності спеціалізації

ДФК-1: Для спеціалізації «прикладна математика». Навички основ моделювання сучасними математичними методами з розділів математики, вивчення яких передбачене навчальним планом в рамках зазначеної спеціалізації, з використанням, у тому числі, відповідних комп'ютерних програм та інформаційних технологій.

ДФК-1: Для спеціалізації «бізнес математика». Навички оцінювання та прогнозування перспектив розвитку бізнесу, фінансового стану суб'єктів бізнесу.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- види оптимізаційних задач;
- основні методи розв'язування оптимізаційних задач:
 - методи розв'язування одновимірних задач оптимізації без використання похідної;
 - методи поліноміальної апроксимації розв'язування задачі одновимірної оптимізації;
 - методи розв'язування одновимірних задач оптимізації з використанням похідної;
 - методи розв'язування задач безумовної багатовимірної оптимізації без використання інформації про похідну;
 - методи розв'язування задач безумовної багатовимірної оптимізації з використанням інформації про похідну;
 - методи розв'язування задачі умовної багатовимірної оптимізації;
 - методи розв'язування основної задачі варіаційного числення;
 - методи розв'язування задач оптимального управління.

вміти:

- будувати математичні моделі задач оптимізації;
- застосовувати методи розв'язування оптимізаційних задач:
 - методи розв'язування одновимірних задач оптимізації;
 - методи розв'язування задач безумовної багатовимірної оптимізації;
 - методи розв'язування задач умовної багатовимірної оптимізації;
 - методи розв'язування основної задачі варіаційного числення;
 - методи розв'язування задач оптимального управління.

та досягти наступних програмних результатів навчання:

ПРН-3-4: Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів в обраній професії.

ПРН-У-6: Упізнавати математичні структури в інших (нематематичних) теоріях; формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; застосовувати математичні теореми та формули з різних розділів математики до розв'язування прикладних задач середньої складності; здійснювати базові перетворення математичних моделей з метою розв'язування математичних та/або прикладних задач; оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

ПРН-У-19: Уміти формулювати математичну/педагогічну задачу, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок, представляти результати роботи й обґрунтовувати запропоновані рішення на сучасному науково-технічному й професійному рівні.

ДПРН-1: Для спеціалізації «прикладна математика». Використовувати методи дисциплін, що вивчаються в рамках спеціалізації (економетрію, операційне числення, варіаційне числення, фінансову математику, дослідження операцій, символічні обчислення та комп'ютерну алгебру), до розв'язування легких і середньої складності прикладних задач, зокрема, оптимізаційних; застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

ДПРН-2: Для спеціалізації «бізнес математика». Використовувати методи дисциплін, що вивчаються в рамках спеціалізації (економетрію, фінансову математику, дослідження операцій, методи прогнозування) для аналізу та прогнозування перспектив розвитку бізнесу, фінансового стану суб'єктів бізнесу в умовах ринкової економіки; володіти методами математичного та комп'ютерного моделювання бізнес-процесів.

4. Структура навчальної дисципліни

Тематичний план для денної форми навчання

Назви змістових модулів і тем	Ус ьог о	Розподіл годин між видами робіт			
		Аудиторна:			Самос тійна
		Лек ції	Пра ктич ні	Ла бор аторні	
Змістовий модуль 1. Методи одновимірної оптимізації					
Тема 1. Методи розв’язування задач одновимірної оптимізації без використання похідної	16	4	4		8
Тема 2. Поліноміальні методи розв’язування задач одновимірної оптимізації та методи з використанням похідної	12	2	4		6
Модульний контроль 1	2				
Разом за змістовим модулем 1	30	6	8		14
Змістовий модуль 2. Методи безумовної багатовимірної оптимізації					
Тема 3. Методи розв’язування задач багатовимірної оптимізації без використання інформації про похідну	12	2	4		6

Назви змістових модулів і тем	Ус ьог о	Розподіл годин між видами робіт			
		Аудиторна:			Самос тійна
		Лек ції	Пра ктич ні	Ла бор аторні	
Тема 4. Методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації з використанням інформації про похідну	16	4	4		8
Модульний контроль 2	2				
Разом за змістовим модулем 2	30	6	8		14
Змістовий модуль 3. Методи умовної багатовимірної оптимізації					
Тема 5. Класичні методи розв'язування задачі умовної багатовимірної оптимізації	12	2	4		6
Тема 6. Чисельні методи умовної багатовимірної оптимізації	16	4	4		8
Модульний контроль 3	2				
Разом за змістовим модулем 3	30	6	8		14
Змістовий модуль 4. Методи варіаційного числення Методи оптимального управління					
Тема 7. Методи варіаційного числення	16	4	4		8
Тема 8. Методи оптимального управління	12	4	2		6
Модульний контроль 4	2				
Разом за змістовим модулем 4	30	8	6		14
Усього годин	120	26	30		56

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Методи одновимірної оптимізації

Тема 1. Методи розв'язування задач одновимірної оптимізації без використання похідної

Поняття оптимізаційної задачі. Історична довідка. Постановка і формалізація оптимізаційної задачі. Етапи розв'язування оптимізаційної задачі. Приклади побудови моделей оптимізації. Основні класи оптимізаційних задач.

Особливості задач одновимірної оптимізації. Постановка задачі для методів одновимірної оптимізації нульового порядку. Методи одновимірної оптимізації нульового порядку: метод прямого пошуку, метод половинного ділення; метод дихотомії; метод золотого перетину; метод Фібоначчі. Порівняльна характеристика методів одновимірної оптимізації нульового порядку

Тема 2. Поліноміальні методи розв'язування задач одновимірної оптимізації та методи з використанням похідної

Поліноміальна апроксимація і методи точкового оцінювання. Метод квадратичної інтерполяції Пауелла. Методи з використанням похідної: метод середньої точки, метод хорд, метод Ньютона.

Змістовий модуль 2. Методи безумовної багатовимірної оптимізації

Тема 3. Методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації без використання інформації про похідну

Постановка задачі безумовної багатовимірної оптимізації; необхідні поняття з математичного аналізу. Загальні принципи побудови чисельних методів багатовимірної оптимізації. Методи багатовимірної оптимізації нульового порядку: метод конфігурацій (метод Хука-Дживса) з використанням одновимірної мінімізації; метод спряжених напрямків (метод Пауелла).

Тема 4. Методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації з використанням інформації про похідну

Класичні методи розв'язування задачі безумовної багатовимірної оптимізації.

Чисельні методи багатовимірної оптимізації першого порядку: метод найшвидшого градієнтного спуску; алгоритм Флетчера–Рівса методу спряжених градієнтів. Збіжність методів багатовимірної оптимізації першого порядку.

Методи багатовимірної оптимізації другого порядку: метод Ньютона; метод Марквардта. Збіжність методів багатовимірної оптимізації другого порядку.

Змістовий модуль 3. Методи умовної багатовимірної оптимізації

Тема 5. Класичні методи розв'язування задачі умовної багатовимірної оптимізації

Методи знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних при обмеженнях-рівностях: метод виключення; метод множників Лагранжа.

Методи знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних при обмеженнях-нерівностях. Методи знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних при змішаних обмеженнях.

Тема 6. Чисельні методи умовної багатовимірної оптимізації

Принципи побудови чисельних методів пошуку умовного екстремуму. Методи послідовної безумовної мінімізації: метод штрафних функцій, метод бар'єрних функцій. Методи можливих напрямків: метод проекції градієнта.

Змістовий модуль 4. Методи варіаційного числення. Методи оптимального управління

Тема 7. Методи варіаційного числення

Основні поняття варіаційного числення. Основна задача варіаційного числення. Варіаційні задачі на безумовний екстремум. Варіаційні задачі на умовний екстремум. Ізопериметричні задачі.

Прямі методи розв'язування варіаційної задачі: метод Рітца, метод скінчених різниць Ейлера, метод Гальоркіна.

Тема 8. Методи оптимального управління

Постановка задачі оптимального управління. Необхідні умови оптимальності. Метод множників Лагранжа.

Принцип максимуму Понтрягіна. Метод динамічного програмування.

6. Контроль навчальних досягнень

Навчальні досягнення студентів з дисципліни оцінюються за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, обов'язковості модульних контролів, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів з урахуванням балів за екзамен до 100.

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за поточну роботу студента на практичних заняттях, за виконання домашніх завдань, за модульну контрольну роботу. Модульний контроль знань студентів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу змістового модуля.

У процесі оцінювання навчальних досягнень студентів застосовуються такі методи:

- *Методи усного контролю*: індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда.
- *Методи письмового контролю*: модульне письмове тестування, домашні завдання, екзамен.
- *Комп'ютерного контролю*: тестові програми.
- *Методи самоконтролю*: самостійне оцінювання своїх знань з дисципліни, отриманих результатів за домашні завдання, постановка питань.

Кількість балів за роботу з теоретичним матеріалом, на практичних заняттях, під час виконання самостійної роботи залежить від дотримання таких вимог:

- систематичність відвідування занять;
- своєчасність виконання навчальних і домашніх завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- якість виконання навчальних і домашніх завдань;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань;
- ініціативність у навчальній діяльності;
- постановка питань;
- виконання тестових завдань.

Контроль успішності студентів з урахуванням поточного і підсумкового оцінювання здійснюється відповідно до навчально-методичної карти дисципліни (п. 7), де зазначено види контролю і кількість балів за видами. Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано нижче у таблицях.

6.1 Система оцінювання навчальних досягнень студентів

Поточний контроль здійснюється під час оцінювання в балах знань та вмінь студента з кожного практичного заняття, опитування теорії, результатів самостійної роботи.

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
			Кількість одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кількість одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кількість одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кількість одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	3	3	3	3	3	3	4	4
2	Відвідування практичних занять	1	4	4	4	4	4	4	3	3
3	Робота на практичних заняттях	10	4	40	4	40	4	40	3	30
4	Виконання завдань для самостійної роботи	5	2	10	2	10	2	10	2	10
5	Виконання модульної контрольної роботи	25	1	25	1	25	1	25	1	25
6	Макс. кількість балів за видами поточного контролю (МВ)			82		82		82		72
	Максимальна кількість балів: 318									
	Розрахунок коефіцієнта: $k=140/318=0,44$									

Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота				Сума
Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Змістовий модуль 3	Змістовий модуль 4	100

25	25	25	25	
----	----	----	----	--

Модульний контроль здійснюється під час проведення модульної контрольної роботи з кожного модуля і визначається викладачем у балах контрольної модульної рейтингової оцінки.

Підсумковий контроль здійснюється за результатами підсумкової семестрової модульної рейтингової оцінки (суми підсумкових модульних оцінок).

Методика розрахунків модульної і семестрової оцінок студента

№ з/п	Оцінка студента	Макс. оцінка	Модуль 1	Модуль 2	Модуль 3	Модуль 4
1	Максимальна підсумкова семестрова модульна оцінка (МС)	100	-	-	-	-
2	Максимальні підсумкові оцінки за змістовими модулями (ММ)		25	25	25	25
3	Фактична кількість балів, отриманих студентом за видами поточного контролю (приклад) (ФБ)		60	60	60	58
4	Підсумкові фактичні оцінки студента за змістовими модулями $M = (ФБ/МВ) * ММ$ (приклад)		18,3	18,3	18,3	20,1
5	Підсумкова семестрова модульна оцінка студента $P = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$ (приклад)		75 / С			

6.2 Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання

Самостійна робота є видом позааудиторної індивідуальної діяльності студента, результати якої використовуються у процесі вивчення програмового матеріалу навчальної дисципліни та містить результати дослідницького пошуку, відображає певний рівень його навчальної компетентності.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
Змістовий модуль 1. Методи одновимірної оптимізації		14	10
1	Тема 1. Методи розв'язування задач одновимірної оптимізації без використання похідної	8	5
2	Тема 2. Поліноміальні методи розв'язування задач одновимірної оптимізації та методи з використанням похідної	6	5
Змістовий модуль 2. Методи безумовної багатовимірної оптимізації		14	10
3	Тема 3. Методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації без використання інформації про похідну	6	5
4	Тема 4. Методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації з використанням інформації про похідну	8	5
Змістовий модуль 3. Методи умовної багатовимірної оптимізації		14	10
5	Тема 5. Класичні методи розв'язування задачі умовної багатовимірної оптимізації	6	5

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
6	Тема 6. Чисельні методи умовної багатовимірної оптимізації	8	5
Змістовий модуль 4. Методи варіаційного числення Методи оптимального управління		14	10
7	Тема 7. Методи варіаційного числення	8	5
8	Тема 8. Методи оптимального управління	6	5
	Разом	56	50

6.3 Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за поточну роботу студента на практичних заняттях, за виконання домашніх завдань, за модульну контрольну роботу. Модульний контроль знань студентів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу модуля. Форма проведення – виконання тестових завдань в середовищі MOODLE. Модульна контрольна робота оцінюється у 25 балів.

6.4 Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання

Семестровий (підсумковий) контроль знань студентів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу дисципліни у формі заліку, умовою допуску до якого є отримання студентом 25 балів (з урахуванням коефіцієнту) за результатами поточного контролю.

Підсумкова семестрова (залікова) рейтингова оцінка студента є сумою підсумкових фактичних оцінок студента за змістовими модулями.

6.5 Орієнтовний перелік питань для семестрового контролю

1. Поняття оптимізаційної задачі.
2. Постановка оптимізаційних задач.
3. Етапи розв'язування оптимізаційної задачі.
4. Основні класи оптимізаційних задач.
5. Особливості задач одновимірної оптимізації
6. Постановка задачі для методів одновимірної оптимізації нульового порядку.
7. Метод прямого пошуку.
8. Метод половинного ділення (ділення відрізка навпіл).
9. Метод дихотомії.
10. Метод золотого перетину.
11. Метод Фібоначчі.
12. Порівняльна характеристика методів одновимірної оптимізації нульового порядку.
13. Поліноміальна апроксимація і методи точкового оцінювання.
14. Метод квадратичної інтерполяції Пауелла.
15. Постановка задачі для методів одновимірної оптимізації першого порядку.
16. Метод середньої точки.
17. Метод хорд.
18. Метод Ньютона.
19. Постановка задачі безумовної багатовимірної оптимізації.
20. Загальні принципи побудови чисельних методів багатовимірної оптимізації.
21. Постановка задачі для методів багатовимірної оптимізації нульового порядку.
22. Метод конфігурацій (метод Хука-Дживса) з використанням одновимірної мінімізації.
23. Метод спряжених напрямків (метод Пауелла).
24. Постановка задачі для методів багатовимірної оптимізації першого порядку.
25. Метод найшвидшого градієнтного спуску.
26. Алгоритм Флетчера-Рівса методу спряжених градієнтів.
27. Постановка задачі для методів багатовимірної оптимізації другого порядку.
28. Метод Ньютона.
29. Метод Марквардта.

30. Методи знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних при обмеженнях-рівностях.
31. Метод множників Лагранжа.
32. Методи знаходження умовного екстремуму функції багатьох змінних при обмеженнях-нерівностях.
33. Методи знаходження умовного екстремуму функції двох змінних при змішаних обмеженнях.
34. Принципи побудови чисельних методів пошуку умовного екстремуму.
35. Метод штрафних функцій.
36. Метод бар'єрних функцій.
37. Метод проекції градієнта.
38. Основна задача варіаційного числення.
39. Варіаційні задачі на безумовний екстремум.
40. Варіаційні задачі на умовний екстремум.
41. Ізопериметричні задачі.
42. Прямі методи розв'язування варіаційної задачі.
43. Постановка задачі оптимального управління.
44. Необхідні умови оптимальності.
45. Принцип максимуму Понтрягіна.
46. Метод динамічного програмування.

6.6 Шкала відповідності оцінок

Контроль успішності студентів з урахуванням поточного і підсумкового оцінювання здійснюється відповідно до навчально-методичної карти дисципліни (п. 6), де зазначено види контролю і кількість балів за видами. Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у 100-бальну шкалу подано нижче у таблиці.

Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	90 – 100 балів	Відмінно – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	82-89 балів	Дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81 балів	Добре – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	69-74 балів	Задовільно – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68 балів	Достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59 балів	Незадовільно з можливістю повторного складання – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34 балів	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням курсу – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична карта дисципліни

Разом: 120 год., із них: лекції – 26 год., практичні заняття – 30 год., модульний контроль – 8 год., самостійна робота – 56 год.

Модулі (назви, бали)	1. Методи одновимірної оптимізації (82 бали)					2. Методи безумовної багатовимірної оптимізації (82 бали)			
Теми	1			2		3	4		
Лекції (теми, бали)	1. Загальна методологія розв'язування оптимізаційних задач (1 бал)	2. Методи розв'язування одновимірних задач оптимізації без використання похідної (1 бал)		3. Методи поліноміальної апроксимації та методи з використанням похідної розв'язування задач одновимірної оптимізації (1 бал)		4. Методи багатовимірної оптимізації 0-го порядку (1 бал)	5. Методи багатовимірної оптимізації 1-го порядку (1 бал)		6. Методи багатовимірної оптимізації 2-го порядку (1 бал)
Практичні заняття (теми, бали)		1. Методи рівномірного пошуку, ділення відрізка навпіл та дихотомії (10 балів)	2. Метод золотого перетину та метод Фібоначчі (10 балів)	3. Метод квадратичної апроксимації Пауелла (11 балів)	4. Методи середньої точки, метод хорд та метод Ньютона (11 балів)	5. Метод Хука-Дживса та метод спряжених напрямків Пауелла (10 балів)	6. Метод найшвидшого градієнтного спуску (10 балів)	7. Метод спряжених градієнтів Флетчера-Рівса (10 балів)	8. Метод Ньютона та метод Марквардта (10 балів)
Самостійна робота	Самостійна робота (10 балів)					Самостійна робота (10 балів)			
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)					Модульна контрольна робота 2 (25 балів)			
Підсумковий контроль (вид, бали)	Залік								

Модулі (назви, бали)	3. Методи умовної багатовимірної оптимізації (82 бали)				4. Методи варіаційного числення. Методи оптимального управління (72 бали)			
Теми	5	6			7		8	
Лекції (теми, бали)	7. Класичні методи розв’язування задачі умовної багатовимірної оптимізації (1 бал)	8. Методи послідовної безумовної мінімізації (1 бал)		9. Метод проекції градієнта (1 бал)	10. Варіаційні задачі на екстремум (1 бал)	11. Прямі методи варіаційного числення (1 бал)	12. Задачі оптимального управління (1 бал)	13. Принцип максимуму Понтрягіна (1 бал)
Практичні заняття (теми, бали)	9. Метод множників Лагранжа (10 балів)	10. Метод штрафних функцій (10 балів)	11. Метод бар’єрних функцій (10 балів)	12. Метод проекції градієнта (10 балів)	13. Класичні методи розв’язування основної задачі варіаційного числення (10 балів)	14. Прямі методи розв’язування основної задачі варіаційного числення (10. балів)	15. Оптимальне управління (01 балів)	
Самостійна робота	Самостійна робота (10 балів)				Самостійна робота (10 балів)			
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 3 (25 балів)				Модульна контрольна робота 4 (25 балів)			
Підсумковий контроль (вид, бали)	Залік							

8. Рекомендована література

Базова

1. Бех, О.В. Збірник задач з математичного програмування [Текст]: навчальний посібник / О. В. Бех, Т. А. Городня, А. Ф. Щербак. – Львів: Магнолія 2006, 2016. – 211 с.
2. Вдовин, М.Л. Математичне програмування: теорія та практикум [Текст]: навчальний посібник / М. Л. Вдовин, Л. Г. Данилюк. – Львів: Новий Світ – 2000, 2016. – 159 с.
3. Вища математика: збірник задач: навч. посібник для вищих технічних навч. закладів: у 2 ч. Ч. 2. Звичайні диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди. Рівняння мат. фізики. Стійкість за Ляпуновим. Елементи теорії ймовірностей і мат. статистики. Методи оптимізації і задачі керування. Варіаційне числення. Числові методи. / Х. І. Гаврильченко [та інші]; ред. П. П. Овчинников. – 2-ге вид., стер. – Київ: Техніка, 2004. – 376 с.
4. Попов, Ю.Д., Тюття, В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. Навчальний електронний посібник. – Київ: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003. – 215 с.
5. Чемерис, А. Методи оптимізації в економіці: навчальний посібник / А. Чемерис, Р.Юринець, О. Мишин. – Київ: Центр навчальної літератури, 2006. – 152 с.

Допоміжна

1. Бейко, І. В. Задачі, методи та алгоритми оптимізації: навч. посібник / І. В. Бейко, П.М. Зінко, О.Г. Наконечний. – 2-ге вид., переробл. – Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2012. – 800 с.
2. Жалдак, М.І. Основи теорії і методів оптимізації: Навчальний посібник. / М.І. Жалдак, Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.
3. Наконечний, С. І. Математичне програмування: Навчальний посібник / С.І.Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
4. Нефьодов, Ю. М. Методи оптимізації в прикладах і задачах: навч. посіб. / Ю. М. Нефьодов, Т. Ю. Балицька. – К.: Кондор, 2011. – 324 с.
5. Самсонов, В.В. Алгоритми розв'язання задач оптимізації: Навчальний посібник. – К.: НУХТ, 2014. – 300 с.

9. Додаткові ресурси (інформаційні ресурси)

1. Навчальні матеріали онлайн [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://pidruchniki.com/>
2. Mathematical Programming Glossary. [Електронний ресурс].– Режим доступу: <http://glossary.computing.society.informs.org/>