

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА  
Кафедра математики і фізики**

**Затверджено на засіданні  
кафедри математики і фізики  
(протокол № 5 від 13.05.26)**

**РОБОЧА ПРОГРАМА ІСПИТУ**

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 2**

Галузь знань: 11 Математика та статистика

Спеціальність: 111 Математика

Освітня програма: 111.00.01 Математика

2025-2026 навчальний рік

## Опис програми іспиту

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка	
Кафедра математики і фізики	
Програма іспиту з дисципліни «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 2»	
II курс – освітній рівень – перший (бакалаврський)	
Спеціальність: 111 Математика	
Освітня програма: 111.00.01 Математика	
Форма проведення – письмове виконання завдань, які передбачають ручну перевірку. Екзамен проводиться в університетській аудиторії, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу офлайн, або – на платформі Moodle в ЕНК дисципліни в режимі відеоконференції засобами Google Meet, якщо освітній процес проходить онлайн.	
Тривалість проведення	<b>1 год. 20 хв.</b>
Максимальна кількість балів:	<b>40 балів</b>
<p>Кожне завдання оцінюється в 10 балів.</p> <p><b>Критерії оцінювання завдань:</b></p> <p>9-10 балів: Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована з, можливими, незначними недоліками</p> <p>7-8 балів: Посередній рівень знань (умінь), відповідь містить багато недоліків та / або незначну кількість помилок</p> <p>5-6 балів: Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки</p> <p>3-4 бали: Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятванні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатності застосувати такі знання при розв'язанні задач.</p> <p>1-2 бали: Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі.</p> <p>0 балів: Відповідь відсутня.</p> <p><b>Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого проходження екзаменаційного тесту із підсумковою оцінкою Fx за дисципліну.</b></p> <p>Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).</p>	

### Перелік тем, які виносяться на екзамен

1. Задачі, що приводять до поняття подвійного інтеграла; означення подвійного інтеграла.
2. Властивості подвійних інтегралів.

3. Формула обчислення подвійного інтеграла: а) по прямокутній області; б) по довільній області.
4. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Перехід до полярних координат.
5. Застосування подвійного інтеграла в геометрії та фізиці.
6. Задачі, що приводить до поняття потрійного інтеграла. Означення потрійного інтеграла.
7. Властивості потрійних інтегралів.
8. Обчислення потрійного інтеграла: а) по прямокутному паралелепіпеду; б) по циліндричному тілу, що не є прямокутним паралелепіпедом.
9. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Перехід до циліндричних та сферичних координат.
10. Застосування потрійного інтеграла в геометрії та фізиці.
11. Задача, що приводить до криволінійного інтеграла першого роду. Означення та властивості криволінійного інтеграла першого роду.
12. Обчислення криволінійного інтеграла першого роду.
13. Застосування криволінійних інтегралів першого роду в геометричних та фізичних задачах.
14. Задача про роботу змінної сили на криволінійному шляху. Означення та властивості криволінійного інтеграла другого роду.
15. Обчислення криволінійного інтеграла другого роду.
16. Формула Гріна та її застосування.
17. Умови незалежності криволінійного інтеграла другого роду від форми кривої інтегрування. Формула Ньютона-Лейбніца. Відновлення функції за її диференціалом.

**Пропоновані на екзамені практичні завдання  
передбачають перевірку умінь:**

обчислювати подвійні, потрійні, криволінійні інтеграли, використовувати формулу Гріна, застосовувати інтегральне числення до розв'язування задач геометрії та фізики.

**Приклад екзаменаційного білета**

1. Сформулювати і довести умови незалежності криволінійного інтеграла другого роду від форми кривої інтегрування.

2. Обчислити  $\int_{(-2;-1)}^{(3;0)} (x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy$ .

3. Знайти площу фігури, обмеженої лініями

$$x^2 - 10x + y^2 = 0, \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x.$$

4. Знайти довжину ділянки циклоїди

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t, \quad t \in [0; \pi].$$

Екзаменатор



Марія АСТАФ'ЄВА

Завідувач кафедри



Світлана СЕМЕНЯКА