

# Київський столичний університет імені Бориса Грінченка

## Факультет інформаційних технологій та математики Кафедра математики і фізики

### Програма

#### іспиту з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»

2 курс освітній рівень - перший (бакалаврський)

– Спеціальність: 111 Математика

– Освітня програма: 111.00.01 Математика

Іспит проводиться в університетській аудиторії у письмовій формі із використанням персональних комп'ютерів та деяких допоміжних матеріалів.

Максимальна кількість балів: 40 балів. Тривалість проведення 1 год. 20 хв.

Студент дає відповіді на 4 запитання : 2 теоретичних завдання з повним обґрунтуванням і 2 розрахункові задачі. Кожне завдання оцінюється 10 балами (всього 40 балів).

Іспит проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого проходження тесту із підсумковою оцінкою Fx за дисципліну.

При виконанні завдань допускається користування довідковою літературою, таблицями значень функції, критеріїв та ін. Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на іспиті (40 балів).

Перелік допоміжних матеріалів: таблиця значень функції розподілу стандартного нормального закону та таблиці критичних значень для розподілів Стюдента, Фішера і хи-квадрат Пірсона.

### Перелік тем для підготовки до іспиту:

#### Змістовий модуль 1. Випадкові події.

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.** Предмет теорії ймовірностей. Основні поняття теорії ймовірностей. Стохастичний експеримент. Алгебра випадкових подій. Класифікація подій. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності. Застосування елементів комбінаторики для знаходження ймовірності події. Аксиоматика теорії ймовірностей. Властивості ймовірності. Умовні ймовірності. Залежні та незалежні події. Формула повної ймовірності . Формула Байєса.

**Тема 2. Схема незалежних випробувань.** Незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна гранична теорема Муавра -Лапласа. Інтегральна теорема Муавра –Лапласа.

### **Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх характеристики.**

**Тема 3. Дискретні випадкові величини та їх характеристики.** Біноміальний закон розподілу. Геометричний розподіл. Гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона.

**Тема 4. Загальне поняття випадкової величини.** Функція розподілу випадкової величини. Загальні властивості функцій розподілу. Щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини та її властивості. Мода. Математичне сподівання випадкової величини. Основні властивості математичного сподівання. Моменти вищих порядків. Дисперсія та її властивості. Середнє квадратичне відхилення випадкової величини. Квантілі розподілу ( медіана, квартилі, процентілі). Приклади неперервних розподілів: рівномірний розподіл, експоненційний (показниковий) розподіл, розподіл Парето, розподіл Вейбула та інші. Гаусівський (нормальний) розподіл. Правило трьох сигма.

### **Змістовий модуль 3. Випадкові вектори та функції від випадкових величин і векторів.**

**Тема 5. Випадкові вектори та функції від випадкових величин і векторів.** Поняття випадкового вектора (системи випадкових величин). ймовірностей Матриця розподілу дискретної двовимірної випадкової величини. Сумісна функція розподілу і щільність випадкового вектора та їх властивості. Функція розподілу та щільність системи двох випадкових величин та їх властивості. Залежні та незалежні випадкові величини. Умовні закони розподілу. Числові характеристики випадкових векторів: математичне сподівання, коваріація. Коефіцієнт кореляції та його властивості. Поняття функції випадкового аргументу. Математичне сподівання функції. Дисперсія функції.

### **Змістовий модуль 4. Граничні теореми теорії ймовірностей.**

**Тема 4. Граничні теореми теорії ймовірностей.** Види збіжності. Нерівність Чебишева. Закони великих чисел. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі. Центральна гранична теорема.

### **Змістовий модуль 5. Елементи теорії випадкових процесів.**

**Тема 5. Елементи теорії випадкових процесів.** Загальні відомості про випадкові процеси. Класифікація випадкових процесів. Випадкове блукання. Ланцюги Маркова та їх властивості. Процес Пуассона. Складний процес Пуассона. Вінерівський процес (броунівський рух). Процеси з незалежними приростами. Гаусівські процеси.

### **Змістовий модуль 6. Основи математичної статистики.**

**Тема 6. Первісна обробка даних( описова статистика).** Предмет математичної статистики та коротка історична довідка. Генеральна сукупність і вибірка. Варіаційний ряд. Описова статистика. Основні вибіркові

характеристики. Згруповані данні. Візуалізація даних. Емпірична функція розподілу. Гістограма і полігон частот.

### **Тема 7. Оцінювання параметрів ймовірнісних розподілів.**

Основні вимоги до статистичних оцінок. Точкові та інтервальні оцінки. Метод моментів. Метод максимальної вірогідності.

**Тема 8. Перевірка статистичних гіпотез.** Статистичні гіпотези та їх різновиди, базові поняття. Помилки першого та другого роду. Перевірка гіпотез щодо параметрів гаусівського розподілу, критерій Стьюдента, критерій Фішера. Критерій згоди, критерії однорідності.

### **Змістовий модуль 8. Дослідження залежностей.**

**Тема 9. Елементи кореляційного і регресійного аналізу.** Вибірковий коефіцієнт кореляції, обчислення, перевірка на значущість. Модель лінійної залежності. Метод найменших квадратів. Парна лінійна регресія. Множинна лінійна регресія.

**Тема 10. Дисперсійний аналіз (ANOVA).**

### **Зразок білету.**

1. Закон великих чисел. Формулювання. Доведення. Приклади застосування.
2. Перевірка гіпотез стосовно параметрів 2-х нормальних вибірок .
3. Для набору тексту підручника з “Теорії ймовірностей та математичної статистики ” залучили трьох осіб. Перша особа набрала 40 сторінок, друга – 60, а третя – 100 сторінок тексту. Весь текст помістили в одну папку. Навмання вийнята з папки сторінка тексту виявилася з помилкою. Яка ймовірність того, що вона набрана другою особою, якщо ймовірність зробити помилку для першої з цих осіб дорівнює 0,05, другої – 0,1 і третьої – 0,15.
4. Дослідники мають 9 даних: 8, 15, 12, 10, 18, 20, 9, 21, 22. Необхідно знайти вибіркові середнє, дисперсію, середню квадратичну похибку, коефіцієнт варіації, розмах, квартилі, інтерквартильну широту, коефіцієнти асиметрії і ексцесу, побудувати емпіричну функцію розподілу