

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА  
Факультет інформаційних технологій та математики  
Кафедра математики і фізики**

**Затверджено на засіданні кафедри  
математики і фізики  
(протокол № 11 від 06.11.2024)**

**РОБОЧА ПРОГРАМА ІСПИТУ  
ПРИКЛАДНИЙ ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ**

спеціальність	111 Математика
освітня програма	111.00.01 Математика
факультет	Інформаційних технологій та математики

2024-2025 навчальний рік

## Опис програми іспиту

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка	
Кафедра математики і фізики	
Програма іспиту з дисципліни «Прикладний функціональний аналіз»	
1 курс – освітній рівень – другий (магістерський)	
Спеціальність 111 Математика	
Освітня програма: 111.00.01 Математика	
Форма проведення: Форма проведення: письмово	
Тривалість проведення	<b>1 год. 20 хв.</b>
Максимальна кількість балів:	<b>40 балів</b>
<p>Екзамен проводиться в університетській аудиторії у письмовій формі, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу очно (офлайн).</p> <p>Екзаменаційний білет містить два теоретичні питання та два практичні завдання, кожне з яких оцінюється максимально у 10 балів.</p> <p>Кожен студент отримує екзаменаційний білет, який (номер білету) вибирається випадковим чином. Потрібно дати письмові відповіді на теоретичні питання та практичні завдання свого екзаменаційного білету, які мають містити достатньо детальні пояснення виконання завдань і демонстрацію знань з теоретичних питань і вмінь розв'язування практичних завдань.</p> <p>Якщо освітній процес проходить дистанційно, то екзамен проводиться онлайн в режимі відеоконференції засобами Online platform Zoom і організовується таким чином:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>екзамен відбувається при ввімкненій камері;</li><li>після виконання завдання студенти надсилають свої завдання для перевірки викладачу (без титульної сторінки) у вигляді pdf-file. Всі сторінки виконаного завдання мають бути пронумеровані, на кожній сторінці має бути зазначено шифр роботи (шифр своєї роботи кожний студент обирає самостійно). Назва pdf-file роботи має містити шифр роботи, яка надсилається;</li><li>титульна сторінка, на якій зазначається назва навчальної дисципліни, курс, освітній рівень, прізвище та ім'я студента, номер групи, а також шифр роботи (обирається кожним студентом окремо), надсилається старості групи;</li><li>після завершення перевірки надісланих робіт і оголошення кількості набраних балів по кожній роботі староста надсилає титульні сторінки виконаних завдань студентів (у вигляді pdf-file) викладачу.</li></ul> <p><b>Критерії оцінювання завдань:</b></p> <p>10 балів: Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована (без недоліків), продемонстровано розуміння матеріалу та вміння застосовувати теоретичні положення для розв'язання практичних завдань, теоретичні положення продемонстровані на прикладах.</p>	

8-9 балів: Високий рівень знань (умінь), відповідь достатньо повна й обґрунтована, практично без недоліків і помилок, але не всі теоретичні положення проілюстровані на прикладах чи при виконанні практичних завдань не наведено посилання на відповідні теоретичні положення;

6-7 балів: Середній рівень знань (умінь), відповідь не повна, містить деякі недоліки та / або незначну кількість помилок.

4-5 балів: Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, нездатністю проілюструвати теоретичні положення на прикладах, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки.

3 бали: Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятанні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатністю застосувати теоретичні знання при розв'язанні задач.

1-2 бал: Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі.

0 балів: Відповідь відсутня.

Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає самостійне виконання завдань, недопустимість списування, фальсифікацій та обману.

При порушенні принципів академічної доброчесності студент відсторонюється від подальшого проходження екзаменаційного тесту із підсумковою оцінкою  $F_x$  за дисципліну.

Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).

***Перелік темі питань, які виносяться на іспит:***

1. Записати першу нерівність Коші. Пояснити нерівність на прикладі.
2. Записати нерівність Буняковського. Пояснити нерівність на прикладі.
3. Сформулювати означення метрики і поняття метричного простору. Дати приклади. Пояснити поняття еквівалентних метрик.
4. Сформулювати означення збіжної послідовності елементів метричного простору, означення фундаментальної послідовності і означення повного метричного простору. Дати приклади.
5. Сформулювати означення простору неперервних функцій, простору інтегрованих функцій, простору інтегрованих з квадратом функцій, простору інтегрованих зі степенем  $p > 1$  функцій, простору нескінченних числових послідовностей  $l_p$ , простору обмежених послідовностей.
6. Сформулювати означення норми і означення нормованого простору. Дати приклади.
7. Сформулювати означення збіжної за нормою послідовності елементів нормованого простору, означення фундаментальної послідовності. Дати приклади.
8. Сформулювати означення банахового простору і дати приклади банахових просторів.

9. Сформулювати означення скалярного добутку і дати приклади просторів зі скалярним добутком.
10. Пояснити поняття слабкої збіжності послідовності елементів з простору зі скалярним добутком.
11. Сформулювати означення гільбертового простору і дати приклади гільбертових просторів.
12. Сформулювати означення системи ортогональних елементів і пояснити поняття ряду Фур'є. Дати приклади рядів Фур'є для елементів з гільбертового простору у
13. Сформулювати означення функціоналу, зокрема, лінійного і неперервного функціоналу. Дати приклади лінійних і неперервних функціоналів.
14. Пояснити поняття слабкої збіжності функціоналів.
15. Сформулювати означення норми функціоналу і дати приклади норм лінійних і неперервних функціоналів.
16. Сформулювати означення лінійного і неперервного оператора. Дати приклади таких операторів.
17. Сформулювати означення норми оператора і дати приклади норм лінійних і неперервних операторів.
18. Пояснити поняття сильної та слабкої збіжності операторів. Дати відповідні приклади.

**Приклад екзаменаційного білету:**

1. Сформулювати означення норми і означення нормованого простору. Дати приклади. Перевірити, чи задає функція  $\varphi(x) = |\varphi(0) + \varphi(1)| + \max_{[0; \pi]} |\varphi(x)|$  норму в просторі  $C[0; \pi]$ .
2. Сформулювати означення збіжної за нормою послідовності елементів з нормованого простору та означення фундаментальної послідовності. Дати приклади.
3. Перевірити, чи належить функція  $|\sin x|$  простору  $L_4 [0; 2\pi]$  і якщо так, то знайти норму цього елемента у просторі  $L_4 [0; 2\pi]$ . Розкласти в ряд Фур'є функцію  $|\sin x|$  по системі функцій  $\{1, \cos nx, \sin nx, n \in N\}$ , де  $N$  – множина натуральних чисел.
4. Дослідити лінійність та неперервність функціоналу  $f(x) = x(0) + x(1) + x(2)$  в просторі  $C[0; \pi]$ . Знайти норму цього функціоналу у просторі  $C[0; \pi]$ .

Екзаменатор



Валерій САМОЙЛЕНКО

Завідувач кафедри



Світлана СЕМЕНЯКА