

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики**

**Затверджено на засіданні кафедри
математики і фізики
(протокол № 11 від 06.11.2024)**

РОБОЧА ПРОГРАМА ІСПИТУ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 1

галузь знань	11 Математика та статистика
спеціальність	111 Математика
освітня програма	111.00.01 Математика
факультет	Інформаційних технологій та математики

2024-2025 навчальний рік

Опис програми іспиту

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка	
Кафедра математики і фізики	
Програма іспиту з дисципліни «Математичний аналіз 1»	
1 курс, 1-й семестр – освітній рівень – перший (бакалаврський)	
Спеціальність 111 Математика	
Освітня програма: 111.00.01 Математика	
Форма проведення: письмова відповідь (офлайн) або тестування на платформі Moodle в ЕНК дисципліни https://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=8084 (якщо освітній процес проходить онлайн)	
Тривалість проведення	1 год. 20 хв.
Максимальна кількість балів:	40 балів
<p>Екзаменаційна оцінка в балах (максимально 100 балів) є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).</p> <p>Екзамен проводиться в університетській аудиторії у письмовій формі, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу офлайн. Студент дає письмову відповідь на запитання та завдання екзаменаційного білета. Екзаменаційний білет містить 4 питання (завдання). Теоретичних питань у білеті два, одне із яких передбачає з'ясування змісту певного поняття, а друге – доведення певного факту. Практичні завдання – задачі (вправи), по одній із кожного з двох змістових модулів. Відповідь на кожне із запитань / завдань білета оцінюється за 10-бальною шкалою (див. нижче).</p> <p>Якщо ж освітній процес проходить дистанційно, то екзамен проводиться онлайн на платформі Moodle. У цьому випадку завдання екзамену містить два блоки. Перший (теоретичний) блок із 10-ти питань (<i>по 5 з кожного змістового модуля</i>) передбачає автоматичну (комп'ютерну) перевірку і оцінюється максимально 10-ма балами; другий (практичний) блок містить три практичних завдання (по 10 балів кожне), повне розв'язання яких окремим файлом студент має розмістити в системі Moodle; цей блок передбачає ручну перевірку.</p> <p>Критерії оцінювання завдань відкритого типу (задач, розгорнутих відповідей на теоретичні питання):</p> <p>10 балів: Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована з, можливими, незначними недоліками</p> <p>9 балів: Достатньо високий рівень знань (умінь), відповідь без суттєвих (грубих) помилок, але не містить повних обґрунтувань</p>	

- 8 балів: В цілому добрий рівень знань (умінь), відповідь містить незначну кількість несуттєвих помилок
- 7 балів: Посередній рівень знань (умінь), відповідь містить багато недоліків та / або незначну кількість помилок
- 5-6 балів: Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки
- 3-4 бали: Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятанні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатності застосувати такі знання при розв'язанні задач.
- 0-2 бали: Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі.
- 0 балів: Відповідь відсутня.

Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого складання іспиту із підсумковою оцінкою FX за дисципліну.

Перелік теоретичних питань для семестрового контролю

1. Множини, дії над множинами, еквівалентність множин.
2. Множина дійсних чисел: означення, властивості.
3. Межі числових множин; точні верхня та нижня межа, їх умови існування та властивості.
4. Функції: означення, класи функцій; елементарне дослідження функції. Елементарні функції.
5. Границя числової послідовності, основні теореми про границі. Критерій Коші збіжності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Теорема про еквівалентність нескінченно малих.
6. Теорема про границю монотонної обмеженої послідовності. Число e .
7. Неперервність функції в точці і на множині, властивості неперервних в точці функцій, теореми про арифметичні операції над неперервними функціями.
8. Теорема про неперервність суперпозиції, про існування і неперервність оберненої функції. Теорема про неперервність елементарних функцій.
9. Властивості неперервних на відрізку функцій.
10. Точки розривів функції і їх класифікація, теорема про розриви монотонної функції.
11. Похідна функції однієї змінної: задачі, що приводять до похідної, означення, властивості.
12. Диференціал та його застосування.

13. Похідні і диференціали вищих порядків.
14. Теореми про середнє.
15. Правила Лопітала.
16. Формула Тейлора.
17. Екстремуми та монотонність функції, їх зв'язок з похідною.
18. Точки перегину та напрями опуклості графіка функції (зв'язок з похідними).

**Пропоновані на екзамені практичні завдання
передбачають перевірку умінь:**

виконувати операції над множинами, доводити рівність множин; виконувати дії над дійсними числами; знаходити границі числових послідовностей; досліджувати властивості функцій елементарними методами, будувати графіки функцій методом геометричних перетворень, «читати» графіки функцій; обчислювати границі функцій, досліджувати функції на неперервність; використовувати диференціальне числення для дослідження функцій, побудови графіків, наближених обчислень, розв'язування задач на найбільше та найменше значення.

Приклад екзаменаційного білета (офлайн формат)

1. Точки розриву функції та їх класифікація (означення, геометрична ілюстрація, приклади).
2. Сформулювати і довести теорему Лагранжа та наслідки з неї.
3. Обчислити границю

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin \pi(x+2)}.$$

4. Із круга радіуса R вирізано сектор, з якого склеєно лійку у формі конуса. Який найбільший об'єм може мати утворена лійка?

Приклад екзаменаційного завдання (онлайн формат)

I блок

1. Чи правильне твердження: «Сума двох ірраціональних чисел є число ірраціональне»?
Так
Ні
2. Як розуміти вислів: « $x \notin A \cap B$ »?
 - a) x не належить ні A , ні B .
 - b) x не належить хоча б одній із множин A або B .
 - c) x належить A , але не належить B .
 - d) x належить B , але не належить A .

3. Відомо, що для $\varepsilon = 0,0001$ існує n_0 таке, що для всіх $n > n_0$ виконується нерівність $|x_n - 1| < \varepsilon$. Чи означає це, що $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$?

Так

Ні

4. Чи можна стверджувати, що функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 , якщо відомо, що (обрати правильний варіант):

a) $\exists \varepsilon > 0: \exists \delta(\varepsilon) > 0: |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

b) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0: |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

c) $\forall n \in \mathbb{N} \exists \delta(n) > 0: |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \frac{1}{n}$.

d) $\forall \varepsilon > 0: \exists \delta(\varepsilon) > 0: |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon \Rightarrow |x - x_0| < \delta$.

5. На проміжку $[-2; 5]$ задано неперервну функцію. Вкажіть множину, яка може бути її областю значень:

a) $[0; 125]$

b) $(-1; 14]$

c) $(-\infty; +\infty)$

d) $[-10; 2]$

e) $[1; +\infty)$

6. При якому значенні A функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+6}{x-2}, & \text{якщо } x \neq 2, \\ A, & \text{якщо } x = 2 \end{cases}$$

неперервна в точці $x = 2$?

7. Вкажіть менший із кутів, під яким парабола $y = 9 - x^2$ перетинає вісь абсцис?

8. Якщо функція $f(x)$ диференційовна і парна на множині X , то її похідна на цій множині:

a) також парна;

b) непарна;

c) ні парна, ні непарна;

d) немає ніякої залежності між парністю функції і парністю (непарністю) її похідної

9. Чи правильне твердження: «Точка c із теорем Ролля, Лагранжа, Коші є єдиною точкою в інтервалі $(a;b)$?

Так

Ні

10. Умови теореми Лагранжа є:

a) необхідними;

b) достатніми;

c) необхідними і достатніми;

d) суттєвими

II блок

1. Обчислити границю

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin \pi(x+2)}.$$

2. Із круга радіуса R вирізано сектор, з якого склеєно лійку у формі конуса. Який найбільший об'єм може мати утворена лійка?

3. Обчислити наближено $\arcsin 0,8712$.

Екзаменатор



Марія АСТАФ'ЄВА

Завідувач кафедри



Світлана СЕМЕНЯКА