Київський столичний університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної
та навчальної роботи
_____Олексій ЖИЛЬЦОВ
«___» _____ 2024

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ ТА МЕТОДИ ЗОБРАЖЕНЬ

для студентів

спеціальності: 111 Математика

освітньої програми: 111.00.01 Математика

освітнього рівня: першого (бакалаврського)

Київ - 2024

КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА
Код ЄДРПОУ 45307965
Програма № 3152/24
Начальник відділу моніторингу якості освіти
_____ _____
(підпис) (прізвище, ініціали)
«___» _____ 20 24 р.

Розробник:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник.

Викладач:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри математики і фізики. Протокол від 07.02.2024 р. № 1

Завідувач кафедри _____ Світлана СЕМЕНЯКА

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми 111.00.01 Математика.

07.02.2024 р.

Керівник освітньої програми _____ Марія АСТАФ'ЄВА

Робочу програму перевірено

___._____. 2024 р.

Заступник декана _____ Євген ІВАНІЧЕНКО

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «____»_____ 20___ р., протокол №__

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «____»_____ 20___ р., протокол №__
(підпис) (ПІБ)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «____»_____ 20___ р., протокол №__
(підпис) (ПІБ)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «____»_____ 20___ р., протокол №__

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання
Вид дисципліни	Обов'язкова
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120
Курс	3
Семестр	6
Кількість змістових модулів з розподілом:	3
Обсяг кредитів	4
Обсяг годин, в тому числі:	120
Аудиторні	56
Модульний контроль	8
Самостійна робота	56
Форма семестрового контролю	залік

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Проєктивна геометрія та методи зображень» є нормативним документом Київського столичного університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою математики і фізики на основі освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності 111 Математика. Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач, алгоритм вивчення навчального матеріалу дисципліни та необхідне методичне забезпечення, складові і технологію оцінювання навчальних досягнень здобувачів.

Мета курсу: забезпечення майбутніх фахівців у галузі математики понятійним та математичним апаратом, необхідним для системного розуміння геометрії, глибшого і чіткішого розуміння зв'язків між різними геометричними системами, природи геометричних властивостей і співвідношень, можливостей різних методів їх вивчення та застосування; формування в них знань, вмінь і навичок, необхідних для розв'язування геометричних задач методами проєктивної геометрії; підвищення рівня загальної культури теоретичних і практичних розрахунків, геометричних побудов та креслень.

Завдання полягає у формуванні теоретичних знань та практичних умінь у сфері проєктивної геометрії і методів зображень та формування серед інших дисциплін **компетентностей**: **загальних** - здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1), застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2); знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3); здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово (ЗК-4); здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7), до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-8), приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9), працювати в команді (ЗК-10), спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань) (ЗК-11), працювати автономно (ЗК-12); визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-13);
спеціальних - здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1), подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (СК-2), здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК-3), конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (СК-4), до кількісного мислення (СК-5), розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (СК-6), до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-

8), застосовувати математичні факти, теореми, методи й алгоритми, пакети програмного забезпечення до розв'язування прикладних задач із різних сфер життєдіяльності людини й суспільства (СК-11).

1. Результати навчання за дисципліною

В результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття, визначення та теореми проєктивної геометрії, сфери та межі їх застосування;
- формулювання тверджень та методи доведення основних із них;
- геометричні перетворення та їх інваріанти;
- способи використання засобів проєктивної геометрії при побудові зображень.

вміти:

- проводити стандартні дослідження геометричних властивостей і обчислювати різні геометричні характеристики;
- робити геометричні побудови, використовуючи методи зображень, які базуються на теорії проєктивної геометрії;
- застосовувати координатний метод для розв'язування задач аналітичної і проєктивної геометрії;
- застосовувати методи геометричних побудов при розв'язанні відповідних типів задач.

І досягти таких **програмних результатів**:

- РН-1: Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;
- РН-3: Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;
- РН-7: пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;
- РН-8: Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та однією з іноземних мов;
- РН-10: розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
- РН-11: розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
- РН-15: знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

2. Структура навчальної дисципліни

Назва змістових модулів, тем	Усього	Розподіл годин між видами робіт		
		Аудиторні:		Самостійна
		Лекції	Практичні	
Змістовий модуль 1. Побудова проєктивного простору				
Тема 1. Проєктивний простір та його властивості	14	2	2	10
Тема 2. Проєктивні координати	18	4	6	8
Модульний контроль	2			
Разом	34	6	8	18
Змістовий модуль 2. Геометрія проєктивної площини				
Тема 1. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга	10	2	4	4
Тема 2. Складне (подвійне) відношення	10	4	2	4
Тема 3. Проєктивні перетворення	10	4	2	4
Тема 4. Криві другого порядку на проєктивній площині	10	2	2	6
Модульний контроль	3			
Разом	43	12	10	18
Змістовий модуль 3. Методи зображень				
Тема 1. Застосування проєктивної геометрії до теорії зображень	12	2	4	6
Тема 2. Зображення плоских та просторових фігур.	14	4	4	6
Тема 3. Побудова тіней	14	2	4	8
Модульний контроль	3			
Разом	43	8	12	20
Усього	**120**	**26**	**30**	**56**

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Побудова проєктивного простору

Тема 1. Проєктивний простір та його властивості.

Предмет і метод проєктивної геометрії. Центральне проєктування в евклідовому просторі. Проєктивний простір. Моделі проєктивного простору. Аксіоми проєктивної геометрії. Відношення порядку елементів проєктивного простору. Властивості проєктивного простору. Основні геометричні форми.

Тема 2. Проєктивні координати.

Проєктивна система координат. Проєктивні координати на проєктивній прямій. Перетворення проєктивних координат. Проєктивні координати на проєктивній площині. Зв'язок між проєктивними координатами на площині і на прямій. Однорідні афінні координати. Умова колінеарності трьох точок. Пряма на проєктивній площині. Рівняння прямої. Координати прямої. Умова приналежності трьох прямих одному пучку.

Змістовий модуль 2. Геометрія проєктивної площини

Тема 1. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга.

Великий та малий принципи двоїстості. Пряма теорема Дезарга. Обернена теорема Дезарга. Теорема Дезарга на розширеній евклідовій площині.

Тема 2. Складне (подвійне) відношення.

Складне відношення чотирьох точок проєктивної прямої. Складне відношення чотирьох прямих пучка. Гармонічні четвірки точок. Способи побудови четвертої гармонічної точки. Гармонічні прямі. Побудова четвертої гармонічної прямої пучка. Повний чотиривершинник. Повний чотиристоронник.

Тема 3. Проєктивні перетворення

Проєктивні відображення і перетворення. Нерухомі точки і нерухомі прямі. Інваріанти проєктивного перетворення. Проєктивний образ прямої на площині. Перспективні відображення прямих і пучків. Інволюція. Геометрична інтерпретація інволюції. Колінеації. Гомології. Група проєктивних перетворень. Евклідова геометрія з проєктивної точки зору.

Тема 4. Криві другого порядку на Проєктивній площині.

Канонічні рівняння ліній другого порядку в проєктивних координатах. Проєктивна класифікація ліній другого порядку. Квадрики. Полюс та поляра. Поняття про полярну відповідність. Пучок другого порядку. Теореми Паскаля і Бріаншона.

Змістовий модуль 3. Методи зображень

Тема 1. Застосування проєктивної геометрії до теорії зображень.

Проекційні методи зображень. Вимоги до зображень. Центральне та паралельне проєктування. Теорема Польке-Шварца. Ортогональне проєктування. Метод Монжа. Аксонометрія. Метод аксонометричного проєктування. Метод лінійної перспективи.

Тема 2. Зображення плоских та просторових фігур.

Позиційні задачі. Повні та неповні зображення. Коефіцієнт неповноти. Метричні задачі. Зображення плоских фігур. Зображення многогранників та тіл обертання. Вписані та описані фігури. Побудова перерізів просторових фігур. Метод слідів. Метод внутрішнього проєктування.

Тема 3. Побудова тіней

Призначення тіней. Тіні в ортогональній проекції. Тіні точки, лінії, плоскої фігури. Тіні поверхонь. Тіні в аксонометричній проекції. Власна і падаюча тінь.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	
		Кількість од.	Макс. кількість балів	Кількість од.	Макс. кількість балів	Кількість од.	Макс. кількість балів
Відвідування лекцій	1	3	3	6	6	4	4
Відвідування практичних занять	1	4	4	5	5	6	6
Робота на практичних заняттях	10	3	30	5	50	4	40
Виконання модульної роботи	25	1	25	1	25	1	25
Виконання індивідуальної графічної роботи	30					1	30
Разом			**62**		**86**		**105**
Максимальна кількість балів за всі види діяльності:	**253**						
Максимальна кількість балів за стобальною системою:	**100**						
Коефіцієнт для переведення отриманих балів в стобальну систему:	100/253 = 0,4						

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання.

Самостійна робота передбачає виконання домашніх завдань протягом опрацювання відповідного змістового модуля на лекційних та практичних заняттях та індивідуальної графічної роботи.

Індивідуальна графічна робота (ГР) - індивідуальне завдання, яке передбачає вирішення конкретної практичної навчальної задачі з використанням відомого, а також самостійно вивченого теоретичного матеріалу. Основну частину ГР складає графічний матеріал змістового модуля 3, виконаний відповідно до чинних нормативних вимог. При потребі можливий захист ГР в усній формі. Максимальна кількість балів – 30.

Вимоги до оформлення ГР

Побудова до кожного завдання роботи виконується вручну із використанням необхідних інструментів на аркуші формату А4. Умова задачі, аналіз задачі, опис побудови, доведення та дослідження результатів виконується окремо на аркуші А4 в рукописному або друкованому вигляді. Виконана робота подається викладачу для оцінки в папці-скоросшивачі.

Титульний аркуш повинен містити наступну інформацію:
- назва навчального закладу, факультет, кафедра,
- дисципліна,
- прізвище, ім'я, по батькові студента, група,
- варіант завдань,
- прізвище, ім'я, по батькові викладача.

У випадку дистанційного навчання (при неможливості оформити та здати паперовий варіант роботи) здобувач оформляє роботу в електронному форматі (використовуючи фото, скановані копії чи спеціальне програмне забезпечення) та надсилає як завдання електронного навчального курсу в систему електронного навчання.

Приклад завдань графічної роботи.

1. В паралельній проекції побудувати зображення правильної п'ятикутної призми, вписаної в циліндр. – *3 бали*
2. Дано чотирикутну зрізану піраміду $ABCDA_1B_1C_1D_1$. На її гранях $A_1B_1C_1D$, $A_1B_1C_1D_1$ взято точки N і P. Побудувати слід прямої NP на площині грані $A_1B_1C_1A$. – *4 бали*
3. Дано правильну шестикутну піраміду. Нехай M, N - середини двох суміжних сторін основи, P - середина висоти піраміди. Побудувати переріз піраміди площиною MNP. – *4 бали*
4. Побудувати переріз циліндра площиною, яка визначається трьома точками: M, N, P, при чому M належить верхній основі, а N і P - бічній поверхні. – *5 балів*
5. Побудувати переріз правильної п'ятикутної призми площиною, яка визначається точками K, M, N, причому K належить верхній основі, M – відрізку, що сполучає центри основ і N – бічній грані. – *5 балів*
6. Дано зображення правильної трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ і прямої MN, яка лежить в площині основи ABC призми і перетинає сторони AC і AB відповідно в точках N і M. Побудувати спільний перпендикуляр прямих AA_1 і MN. – *5 балів*
7. Дано зображення правильної трикутної піраміди і напрям променів світла. Побудувати власну і падаючу тіні піраміди. – *4 бали*

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання.

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за відвідування занять, поточну роботу студента на практичних заняттях, виконання самостійної роботи та модульну контрольну роботу. Модульна контрольна робота містить дві частини: тестову та практичну. Загальна кількість балів - 25, з них: 10 балів – тест (оцінюється автоматично), 15 балів – практична (оцінюється викладачем).

6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання.

Семестровий контроль здійснюється у формі заліку. Підсумкова оцінка рівня досягнення результатів навчання є сумою всіх оцінок за змістові модулі, а також виконання індивідуальної графічної роботи (ГР).

6.5. Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	**90 – 100** балів	**Відмінно** – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	**82-89** балів	**Дуже добре** – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	**75-81** балів	**Добре** – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	**69-74** балів	**Задовільно –** посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	**60-68** балів	**Достатньо –** мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	**35-59** балів	**Незадовільно з можливістю повторного складання** – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	**1-34** балів	**Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням курсу** – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична карта дисципліни

Всього: **120 год**., з них лекції – 26 год., практичні заняття – 30 год., модульний контроль – 8 год., самостійна робота – 56 год.

Модулі (назви, бали)	**1. Побудова проєктивного простору (62 бали)**			**2. Геометрія проєктивної площини (86 балів)**				**3. Методи зображень (105 балів)**		
Теми	1	2		1		2	3	4	1	2	3
Лекції (теми, бали)	1. Проєктивний простір та його властивості (1 бал)	2-3. Проєктивні координати (2 бали)		4. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга (1 бал)		5-6. Складне (подвійне) відношення (2 бали)	7-8. Проєктивні перетворення (2 бали)	9. Криві другого порядку на проєктивній площині (1 бал)	10. Застосування проєктивної геометрії до теорії зображень (1 бали)	11-12. Зображення плоских та просторових фігур (2 бали)	13. Побудова тіней (1 бал)
Практичні заняття (теми, бали)	1. Проєктивний простір (11 балів)	2. Проєктивна система координат (11 балів)	3-4. Пряма на проєктивній площині (12 балів)	5. Пряма і обернена теорема Дезарга (11 балів)	6. Теорема Дезарга на розширеній евклідовій площині (11 балів)	7. Складне відношення чотирьох точок проєктивної прямої (11 балів)	8. Проєктивні перетворення (11 балів)	9. Криві другого порядку на проєктивній площині (11 балів)	10-11. Ортогональне та аксонометричне проєктування (12 балів)	12. Побудова паралельних проекцій плоских і просторових фігур. (11 балів)	13. Побудова перерізів (11 балів)	14-15. Тіні в ортогональних та аксонометричних проєкціях (12 балів)
Індивідуальні завдання (бали)									Графічна робота (30 балів)		
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)			Модульна контрольна робота 2 (25 балів)					Модульна контрольна робота 3 (25 балів)		
Підсумковий контроль (вид, бали)	Залік (0,4 * 253 = 100 балів)										

8. Рекомендована література

Основна

1. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. Частина II. Проєктивна геометрія. Частина III. Методи зображення просторових фігур. Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. 464 с.

Додаткова

2. Hartshorne R. Foundations of Projective Geometry. Lecture notes Harvard University. New York : W.A. Benjamin, Inc., 1967, 91 p.
3. Трохименко В.С. Конспект лекцій з конструктивної геометрії. Вінниця, 2012. 104 с.
4. Василишин Я.В., Василишин В.Я. Нарисна геометрія. Тіні в ортогональних та аксонометричних проекціях: практикум. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. 60 с.
5. Проективна геометрія та методи зображень : вибрані питання. Навчально-методичний посібник для бакалаврантів спеціальності «014.04 Середня освіта (математика)» педагогічних ЗВО / Укладачі: Г.В. Дейниченко, О.А. Жерновникова, В.В. Масич, О.Д. Чібісов Харків : ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2022. 64 с.

9. Інформаційні ресурси

1. Конструктивні задачі в геометрії. URL: http://formula.kr.ua/konstruktivni-z-g/
2. Wolfram MathWorld. Projective Geometry. URL: https://mathworld.wolfram.com/topics/ProjectiveGeometry.html