

Київський університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-методичної та
навчальної роботи

Олексій ЖИЛЬЦОВ

« _____ » _____ 2023р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

для студентів

спеціальності	122 Комп'ютерні науки
освітнього рівня	першого (бакалаврського)
освітньої програми	122.00.01 Інформатика



Київ – 2023

Розробники:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, с.н.с., доцент кафедри математики і фізики

Викладачі:

Литвин Оксана Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, с.н.с., доцент кафедри математики і фізики


Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри математики і фізики

протокол від 23 серпня 2023 р. № 8

Завідувач кафедри  Світлана СЕМЕНЯКА


Робочу програму погоджено з керівником освітньої програми 122.00.01 Інформатика

____.____. 2023 р.

Керівник освітньої програми  Ірина МАШКІНА

Робочу програму перевірено

____.____. 2023 р.

Заступник директора/декана  Євген ІВАНІЧЕНКО

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) (_____) (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) (_____) (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) (_____) (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____

на 20__/20__ н.р. _____ (підпис) (_____) (ПІБ), « ____ » ____ 20__ р., протокол № ____

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання
	денна
Вид дисципліни	обов'язкова
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120
Курс	2
Семестр	3
Кількість змістових модулів	3
Обсяг кредитів	4
Обсяг годин, в тому числі:	120
Аудиторні	56
Модульний контроль	8
Семестровий контроль	30
Самостійна робота	26
Форма семестрового контролю	іспит

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» є нормативним документом Київського університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою математики і фізики на основі освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності 122 Комп'ютерні науки, освітньої програми 122.00.01 Інформатика.

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами Європейської кредитної трансферно-накопичувальної системи (ЄКТС) організації навчання. Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» та необхідне методичне забезпечення, складові і технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Навчальна дисципліна складається з трьох змістових модулів: Випадкові події, Випадкові величини та їх характеристики, Основи математичної статистики.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є забезпечення студентів основним теоретичним апаратом теорії ймовірностей та математичної статистики для опрацювання математичних моделей, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівців спеціальності 122 Комп'ютерні науки.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни є надання студентам необхідних знань та практичних навичок з аналізу випадкових подій, явищ та процесів для побудови адекватних моделей із забезпеченням вірної інтерпретації отриманих результатів та формування **компетентностей**:

загальних

ЗК-6 Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.

ЗК-7 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; до критичної оцінки отриманої інформації, використання логіки і раціональних міркувань.

спеціальних (фахових)

СК-1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач в галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування отриманих результатів.

СК-2 Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема статистичної,

нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.

СК-7 Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів.

СК-11 Здатність до інтелектуального аналізу даних на основі методів обчислювального інтелекту включно з великими та погано структурованими даними, їхньої оперативної обробки та візуалізації результатів аналізу в процесі розв'язування прикладних задач.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття теорії ймовірностей;
- методи обчислення ймовірностей випадкових подій та випадкових величин;
- числові характеристики та закони розподілу випадкових величин;
- закон великих чисел та граничні теореми теорії ймовірностей;
- базові поняття математичної статистики;
- методи опрацювання емпіричних даних, одержання точкових та інтервальних статистичних оцінок невідомих параметрів, перевірки статистичних гіпотез на основі вибірових даних;
- елементи теорії регресії і кореляції.

уміти:

- визначати ймовірності випадкових подій безпосередньо та з використанням числення ймовірностей;
- знаходити ймовірнісні та числові характеристики важливих для практики розподілів дискретних та неперервних випадкових величин, функцій, систем та випадкових процесів;
- описувати результати статистичних спостережень;
- знаходити оцінки параметрів статистичних розподілів, перевіряти статистичні гіпотези;
- здійснювати статистичне прогнозування, досліджувати кореляційний зв'язок;
- використовувати відповідні програмні середовища для статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей.

та досягти **програмних результатів навчання:**

ПР-1 застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук;

ПР-3 використовувати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Ус бог о	Розподіл годин між видами робіт		
		Аудиторна		Само стійн а
		Ле кц ії	Пра кти чні	
Змістовий модуль 1. Випадкові події				
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	8	2	4	2
Тема 2. Основні теореми про ймовірності.	8	2	4	2
Тема 3. Повторні незалежні випробування	10	2	4	4
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 1	28	6	12	8
Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх характеристики				
Тема 1. Поняття випадкової величини. Числові характеристики випадкових величин	10	2	6	2
Тема 2. Функції та системи випадкових величин	8	2	4	2
Тема 3. Випадкові процеси. Ланцюги Маркова	5	1	2	2
Тема 4. Граничні теореми теорії ймовірностей	7	1	4	2
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 2	32	6	16	8
Змістовий модуль 3. Математична статистика				
Тема 1. Вибірковий метод. Статистичні оцінки параметрів розподілу	9	2	4	3
Тема 2. Перевірка статистичних гіпотез	8	1	4	3
Тема 3. Кореляційний і регресійний аналіз	9	1	4	4
Модульний контроль	4			
Разом за змістовим модулем 3	30	4	12	10
Семестровий контроль	30			
Усього годин	120	16	40	26

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Випадкові події

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей

Предмет теорії ймовірностей. Основні поняття теорії ймовірностей. Класифікація подій. Випадкові події. Операції над подіями. Ймовірність події. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності. Застосування елементів комбінаторики для знаходження ймовірності події.

Тема 2. Основні теореми про ймовірності

Алгебра випадкових подій. Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Залежні та незалежні події. Умовні ймовірності. Теорема додавання ймовірностей. Теорема добутку ймовірностей. Формула повної ймовірності. Теорема перевірки гіпотез (формула Басса).

Тема 3. Повторні незалежні випробування

Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра –Лапласа. Формула Пуассона.

Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх характеристики

Тема 1. Поняття випадкової величини. Числові характеристики випадкових величин

Поняття випадкової величини та їх класифікація. Закони розподілу випадкової величини. Ряд розподілу дискретної випадкової величини. Многокутник розподілу. Функція розподілу випадкової величини. Загальні властивості функцій розподілу. Щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини та її властивості. Характеристики положення (математичне сподівання, мода, медіана) випадкової величини. Основні властивості математичного сподівання. Дисперсія та її властивості. Середнє квадратичне відхилення випадкової величини. Біноміальний закон розподілу. Розподіл Пуассона. Рівномірний розподіл. Показниковий розподіл. Гаусівський (нормальний) закон розподілу та інші.

Тема 2. Функції та системи випадкових величин

Поняття функції випадкові величини. Властивості функції випадкової величини. Числові характеристики випадкової величини через її функцію. Поняття системи випадкових величин. Закон розподілу ймовірностей системи випадкових величин. Матриця розподілу дискретної двовимірної випадкової величини. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Щільність розподілу системи двох випадкових величин та її властивості. Залежні та незалежні випадкові величини. Умовні закони розподілу. Числові характеристики системи двох випадкових величин. Кореляційний момент та його властивості. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

Тема 3. Випадкові процеси. Ланцюги Маркова

Поняття випадкового процесу. Види випадкових процесів. Характеристики випадкових процесів. Марковські процеси. Ланцюги Маркова. Матриця перехідних ймовірностей. Класифікація ланцюгів Маркова. Ймовірнісні моделі із застосування ланцюгів Маркова.

Тема 4. Граничні теореми теорії ймовірностей

Граничні теореми теорії ймовірностей. Закони великих чисел. Нерівність Чебишова. Теорема Чебишова. Теорема Бернуллі. Теорема Пуассона. Центральна гранична теорема. Умова Ліндеберга. Центральна гранична теорема за умови Ляпунова.

Змістовий модуль 3. Математична статистика

Тема 1. Вибірковий метод. Статистичні оцінки параметрів розподілу

Предмет математичної статистики та коротка історична довідка. Вибірковий метод. Генеральна та вибірка сукупності. Упорядкування даних статистичної сукупності. Гістограма і полігон частот. Статистична функція розподілу. Згрупований статистичний ряд. Основні вимоги до статистичних оцінок. Числові характеристики вибіркової сукупності. Точкові та інтервальні оцінки. Надійність та точність статистичних оцінок.

Тема 2. Перевірка статистичних гіпотез

Статистичні гіпотези та їх різновиди. Помилки перевірки гіпотез. Критерії для перевірки гіпотези. Параметричні та непараметричні критерії перевірки статистичних гіпотез. t-критерій Стьюдента. Перевірка гіпотез про рівність числових характеристик нормальних генеральних сукупностей. Критерії узгодженості Пірсона. Перевірка гіпотези про вид розподілу.

Тема 3. Кореляційний і регресійний аналіз

Види зв'язку між випадковими величинами. Вибірковий коефіцієнт кореляції. Регресійний аналіз. Лінійна регресія. Оцінка достовірності існування статистичного взаємозв'язку. Прогнозні моделі.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	
			Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	3	3	3	3	2	2
2	Відвідування практичних занять	1	6	6	8	8	6	6
3	Робота на практичних заняттях	10	3	30	5	50	4	40
4	Виконання модульної контрольної роботи	25	1	25	1	25	1	25
5	Виконання завдання для самостійної роботи	5	1	5	1	5	1	5
	Разом	138		69		91		78
	Максимальна кількість балів:	60 (іспит – 40 балів)						
	Розрахунок коефіцієнта	60/138 = 0,44						

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання

В рамках самостійної роботи передбачено написання коротких рефератів на тему кожного із змістових модулів (див. розділи 4,5 Програми), яка не була розкрита в рамках навчальних занять. Тему студент обирає сам та узгоджує з викладачем.

Кількість балів за самостійну роботу залежить від дотримання таких вимог:

- своєчасність виконання завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань.

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за відвідування занять, поточну роботу студента на практичних заняттях, виконання самостійної роботи та модульну контрольну роботу. Виконання модульних контрольних робіт здійснюється в письмовій формі. Оцінка виставляється як сукупність балів, набраних студентом за виконання завдань.

6.4. Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання

Семестровий контроль – іспит (тест), максимальна оцінка – 40 балів.

Тест для кожного студента містить завдання: із вибором правильної відповіді (10 завдань) та з відкритою відповіддю (2 завдання). Завдання оцінюються за шкалою:

- тестові завдання з відкритою відповіддю – по 5 балів за кожне завдання;
- тестові завдання із вибором правильної відповіді – по 3 балів за кожне завдання.

6.5. Орієнтовний перелік питань та задач для семестрового контролю

1. Простір елементарних подій. Операції з подіями.
2. Означення ймовірності події (класичне, геометричне, статистичне).
3. Сумісні та несумісні події. Теорема додавання ймовірностей.

4. Залежні та незалежні події. Теорема множення ймовірностей.
5. Ймовірність появи хоча б однієї з n несумісних подій. Надійність системи
6. Формула повної ймовірності.
7. Формула Басса.
8. Формула Бернуллі.
9. Локальна теорема Муавра-Лапласа.
10. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Ймовірність відхилення відносної частоти від ймовірності у незалежних випробуваннях.
13. Дискретні випадкові величини: закон розподілу, функція розподілу та її графік, полігон розподілу.
14. Числові характеристики дискретних випадкових величин.
15. Біноміальний закон розподілу.
16. Геометричний закон розподілу.
17. Гіпергеометричний закон розподілу.
18. Розподіл Пуассона.
19. Неперервні випадкові величини: закон розподілу, функція розподілу та її графік, щільність розподілу та її графік.
20. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
21. Рівномірний закон розподілу неперервних випадкових величин.
22. Показниковий закон розподілу неперервних випадкових величин.
23. Нормальний закон розподілу неперервних випадкових величин.
24. Ймовірність попадання значень нормально розподіленої випадкової величини на інтервал. Правило трьох сігм.
25. Функції дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.
26. Функції неперервних випадкових величин та їх числові характеристики.
27. Системи двох дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.
28. Функція розподілу системи двох випадкових величин та її властивості.
29. Коваріація двох дискретних випадкових величин та її властивості.
30. Коефіцієнт кореляції двох дискретних випадкових величин та його властивості.
31. Умовний закон розподілу двох дискретних випадкових величин.
32. Системи двох неперервних випадкових величин та їх числові характеристики.
33. Коваріація двох неперервних випадкових величин та її властивості.
34. Коефіцієнт кореляції двох неперервних випадкових величин та його властивості.
35. Умовний закон розподілу двох неперервних випадкових величин.
36. Поняття випадкового процесу. Характеристики випадкових процесів.
37. Марковські випадкові процеси.
38. Ланцюги Маркова. Матриця переходів.
39. Нерівності Чебишова.
40. Закон великих чисел (теорема Бернуллі, теорема Чебишова).
41. Центральна гранична теорема (центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин, теорема Ляпунова).
42. Первинна обробка та графічне подання вибірових даних (генеральна сукупність, вибіркова сукупність, варіаційний ряд, інтервальний ряд, полігон частот, гістограма частот).
43. Емпірична функція розподілу та її властивості.
44. Числові характеристики вибіркової сукупності.
45. Точкові оцінки параметрів розподілу та вимоги до них.
46. Методи обчислення точкових оцінок параметрів розподілу.
47. Інтервальні оцінки параметрів розподілу.

48. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу (з відомою дисперсією).
49. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу (якщо дисперсія не відома).
50. Статистичні гіпотези та їх різновиди. Похибки перевірки гіпотез. Критична область. Алгоритм перевірки статистичних гіпотез.
51. Критерій узгодженості Пірсона.
52. Перевірка гіпотези про рівність математичних сподівань генеральних сукупностей, що розподілені за нормальним законом.
53. Функціональна та кореляційна залежність.
54. Лінійна кореляція. Рівняння регресії.
55. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості.

6.6. Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	90 – 100 балів	Відмінно – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов’язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	82-89 балів	Дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов’язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81 балів	Добре – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	69-74 балів	Задовільно – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68 балів	Достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59 балів	Незадовільно з можливістю повторного складання – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34 балів	Незадовільно з обов’язковим повторним вивченням курсу – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична картка дисципліни

Разом: 120 год., із них: лекції – 16 год., практичні заняття – 40 год., самостійна робота – 26 год.,
модульний контроль – 8 год., семестровий контроль – 30 год.

Модулі (назви, бали)	1. Випадкові події (69 балів)			2. Випадкові величини та їх характеристики (91 бал)				3. Математична статистика (78 балів)				
	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3		
Лекції (теми, бали)	Основні поняття теорії ймовірностей (1 бал)	Основні теореми про ймовірності (1 бал)	Повторні незалежні випробування (1 бал)	Поняття випадкової величини. Числові характеристики випадкових величин (1 бал)		Функції та системи випадкових величин (1 бал)	Випадкові процеси. Ланцюги Маркова (0,5 балу)	Граничні теореми теорії ймовірностей (0,5 балу)	Вибірковий метод. Статистичні оцінки параметрів розподілу (1 бал)		Перевірка статистичних гіпотез (0,5 балу)	Кореляційний та регресійний аналіз (0,5 балу)
Практичні заняття (теми, бали)	Випадкові події, ймовірність випадкової події (12 балів)	Основні теореми теорії ймовірностей (12 балів)	Повторні незалежні випробування (12 балів)	Закон розподілу випадкових величин (11 балів)	Числові характеристики випадкових величин (12 балів)	Функції та системи випадкових величин (12 балів)	Ймовірнісні моделі із застосування ланцюгів Маркова (11 балів)	Граничні теореми теорії ймовірностей (12 балів)	Вибірковий метод (11 балів)	Числові характеристики вибіркової сукупності (11 балів)	Перевірка статистичних гіпотез (12 балів)	Елементи кореляційного та регресійного аналізу (12 балів)
Самостійна робота	5 балів			5 балів				5 балів				
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)			Модульна контрольна робота 2 (25 балів)				Модульна контрольна робота 3 (25 балів)				
Підсумковий контроль (вид, бали)	Екзамен (40 балів)											

8. Рекомендована література

Основна

1. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навчальний посібник для студентів нематематичних спец. вищих навч. закладів. Київ : Київ. ун-т імені Бориса Грінченка, 2015. 335 с.
2. Турчин, В. М. Теорія ймовірностей і математична статистика: основні поняття, приклади, задачі: підручник для студентів вищих навчальних закладів. Видання друге, виправлене і доповнене. Дніпропетровськ : ІМА-прес, 2014. 556 с

Додаткова

1. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Теорія ймовірностей і математична статистика: підручник для студ. фізико-математичних спец. пед. ун-тів. / Вид. 2-ге, переробл. і доп. Полтава : Довкілля-К, 2009. 498 с.
2. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач: Навч. посібник. К.: Центр учбової літератури, 2007. 576 с.
3. Корніль Т.Л., Тимчинко Л.С., Голотайстрова Г.О. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах : навч.-метод. посіб. Х. : НТУ «ХПІ», 2017. 124 с.
4. Кушлик-Дивульська О.І., Поліщук Н.В., Орел Б.П., Штабальок П.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник для студентів технічних та економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Київ: НТУУ «КПІ», 2014, 213 с.
5. Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Шевченко Г.М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник. К. : ВПЦ "Київський університет", 2021. 496 с.

Інтернет-ресурси

1. Seeing Theory. A visual introduction to probability and statistics. URL: <https://seeing-theory.brown.edu/index.html#firstPage>
2. Theory of Probability and Mathematical Statistics (журнал, ISSN 0868-6904, 0094-9000, OCLC 57228483). URL: <https://probability.knu.ua/tims/>