

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ
БОРИСА ГРІНЧЕНКА**
Кафедра математики і фізики

**Затверджено на засіданні кафедри
математики і фізики
(протокол № 5 від 01.05.2024)**

ПРОГРАМА ЕКЗАМЕНУ
з дисципліни
«Диференціальні рівняння та динамічні системи:
Рівняння математичної фізики»
курс 3

Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	111.00.01 Математика
Форма проведення	тестова (в LMS Moodle*)
Тривалість проведення	90 хвилин
Максимальна кількість балів:	40 балів
Критерії оцінювання:	10 балів – 10 тестових завдань (завдання: з одним правильним варіантом відповіді, множинний вибір) 30 балів – 3 тестових завдань (завдання відкритого типу – есе).

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ТЕСТІВ

Студент дає відповіді на запитання та завдання електронного тесту в системі Moodle. Тест містить 13 питань (завдань). З них 10 тестових питань закритого типу (тип питання – множинний вибір, вибір правильної відповіді із запропонованих варіантів), які передбачають автоматичну (комп'ютерну) перевірку і оцінюються по 1 балу кожне. Три практичні завдання (по 10 балів кожне) – відкритого типу (тип питання – есе) – задачі, повне розв'язання яких окремим файлом студент має розмістити в системі Moodle. Ці завдання передбачають ручну перевірку викладачем.

Максимальна кількість балів за виконання тесту – 40 балів.

Критерії оцінювання завдань відкритого типу (задач):

9-10 балів: Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована з, можливими, незначними недоліками;

*в ЕНК дисципліни <https://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=24839>

7-8 балів: Посередній рівень знань (умінь), відповідь містить багато недоліків та / або незначну кількість помилок;

5-6 балів: Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки;

3-4 бали: Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятанні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатності застосувати такі знання при розв'язанні задач;

1-2 бали: Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі;

0 балів: Відповідь відсутня.

Екзамен проводиться в університетській аудиторії у тестовій формі із використанням персональних комп'ютерів, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу офлайн. Якщо ж освітній процес проходить дистанційно, то екзамен проводиться онлайн в режимі відеоконференції засобами Google Meet.

Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого проходження екзаменаційного тесту із підсумковою оцінкою Fx за дисципліну. При виконанні завдань допускається користування довідковою літературою, таблицями значень функції, критеріїв та ін.

Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).

Перелік тем, які виносяться на іспит:

(будуть представлені задачами (теоретичними запитаннями) у вигляді тестових запитань)

1. Поняття диференціального рівняння з частинними похідними математичної фізики.
2. Початкові та крайові умови.
3. Поняття про коректність постановки задач математичної фізики за Адамаром.
4. Поняття класичного розв'язку диференціального рівняння з частинними похідними.
5. Квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку. Характеристичне рівняння та характеристики.
6. Типи диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку: рівняння гіперболічного типу, параболічного типу і еліптичного типу.
7. Канонічний вигляд рівнянь з частинними похідними. Визначення типу диференціального рівняння з частинними похідними другого порядку.
8. Зведення рівнянь гіперболічного, параболічного і еліптичного типу до канонічного вигляду.

9. Задача про малі вільні коливання необмеженої струни.
10. Формула Даламбера. Фізична інтерпретація.
11. Пряма та обернена хвилі. Метод біжучих хвиль.
12. Вільні коливання напівобмеженої струни. Вимушені коливання необмеженої струни.
13. Постановка основних крайових задач для гіперболічних рівнянь в різних областях.
14. Постановка задачі про коливання струни в середовищі з опором, постановка задачі про коливання прямокутної та круглої мембрани.
15. Формула Кірхгофа. Принцип Гюйгенса.
16. Загальна схема методу відокремлення змінних розв'язування крайових задач для рівнянь гіперболічного типу.
17. Задача Штурма-Ліувілля, власні числа і власні функції оператора Штурма-Ліувілля та їх основні властивості.
18. Обґрунтування методу відокремлення змінних.
19. Задача про поширення тепла в необмеженому стержні. Задача Коші для рівняння теплопровідності. Поняття фундаментального розв'язку.
20. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності та його застосування для доведення теореми єдиності і неперервної залежності від початкових умов крайових задач для рівняння теплопровідності.
21. Постановка основних крайових задач для рівняння теплопровідності.
22. Задача про поширення тепла в прямокутних та кругових пластинах.
23. Метод відокремлення змінних для розв'язання крайової задачі про поширення тепла в скінченному стержні у випадку однорідного та неоднорідного рівняння теплопровідності.
24. Метод відокремлення змінних розв'язання задачі про поширення тепла в прямокутній пластині.
25. Гармонічні функції і їх властивості.
26. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.
27. Принцип максимуму для гармонічних функцій та його застосування.
28. Постановка крайових задач Діріхле і Неймана для рівнянь Лапласа Пуассона.
29. Постановка задачі Діріхле для круга.
30. Метод відокремлення змінних для крайової задачі для еліптичного рівняння у випадку круга.
31. Рівняння Ейлера.
32. Поняття функції Гріна для крайової задачі для рівняння Лапласа та її властивості.
33. Метод функції Гріна для розв'язання крайових задач для рівняння Лапласа.

Приклад фрагменту тестових завдань відкритого типу:

1. Знайти розв'язки задачі Штурма-Ліувілля:

$$u'' + \lambda u = 0, \quad x \in (0, l), \quad u(0) = u'(l) = 0$$

3. Розв'язати змішану задачу та дати фізичну інтерпретацію:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u|_{t=0} &= \sin \frac{5x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) &= 0, u_x|_{x=\pi} = 0, & t \geq 0.\end{aligned}$$

3. Побудувати функцію Гріна для задачі Діріхле в кільці

$$a \leq \rho \leq b, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Екзаменатор

Олександра ЛОКАЗЮК

Завідувач кафедри

Світлана СЕМЕНЯКА