

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА
Кафедра математики і фізики**

**Затверджено на засіданні кафедри
математики і фізики
(протокол № 5 від 01.05.24)**

**РОБОЧА ПРОГРАМА ІСПИТУ
МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 1**

галузь знань	11 Математика та статистика
спеціальність	111 Математика
освітня програма	111.00.01 Математика
факультет	Інформаційних технологій та математики

2023-2024 навчальний рік

Опис програми іспиту

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка	
Кафедра математики і фізики	
Програма іспиту з дисципліни «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ 1»	
I курс – освітній рівень – перший (бакалаврський)	
Спеціальність: 111 Математика	
Освітня програма: 111.00.01 Математика	
Форма проведення – комбінована: I блок тестових запитань і завдань, що передбачає автоматичну перевірку і проводиться на платформі Moodle в ЕНК дисципліни (https://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=8084) і II блок письмових практичних завдань (задач), які передбачають ручну перевірку. Екзамен проводиться в університетській аудиторії, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу офлайн, або – на платформі Moodle в ЕНК дисципліни в режимі відеоконференції засобами Google Meet, якщо освітній процес проходить онлайн.	
Тривалість проведення	1 год. 20 хв.
Максимальна кількість балів:	40 балів
<p>Кожне тестове завдання оцінюється в 1 бал. Разом за I блоком максимальна кількість балів – 10.</p> <p>Кожне практичне завдання II блоку оцінюється в 10 балів.</p> <p>Критерії оцінювання завдань:</p> <p>9-10 балів: Відмінний рівень знань (умінь), відповідь повна, вичерпна й достатньо обґрунтована з, можливими, незначними недоліками</p> <p>7-8 балів: Посередній рівень знань (умінь), відповідь містить багато недоліків та / або незначну кількість помилок</p> <p>5-6 балів: Мінімально допустимий рівень знань (умінь), що характеризується недостатньою обґрунтованістю, фрагментарністю; відповідь неповна, містить недоліки та помилки</p> <p>3-4 бали: Незадовільний рівень знань, що виявляється у формальному запам'ятанні деяких понять і фактів, без належного їх розуміння, нездатності застосувати такі знання при розв'язанні задач.</p> <p>1-2 бали: Незадовільний рівень знань (умінь), що виявляється у неспроможності відтворити означення понять та формулювання теорем, невмінні розв'язувати задачі.</p> <p>0 балів: Відповідь відсутня.</p> <p>Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого проходження екзаменаційного тесту із підсумковою оцінкою Fx за дисципліну.</p>	

Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).

Перелік тем, які виносяться на екзамен

1. Поняття первісної, основна властивість первісної, невизначений інтеграл, властивості, таблиця невизначених інтегралів.
2. Методи інтегрування: заміна змінної, інтегрування частинами.
3. Розклад дробово-раціональної функції на елементарні дроби методом невизначених коефіцієнтів.
4. Інтегрування елементарних дробів; інтегрування раціональних функцій.
5. Інтегрування раціональної функції від синуса і косинуса; універсальна тригонометрична підстановка.
6. Інтегрування ірраціональних виразів, біноміальних диференціалів, підстановки Ейлера.
7. Означення інтегральної суми та визначеного інтеграла; геометричний, фізичний, економічний зміст визначеного інтеграла.
8. Необхідна умова інтегровності; класи інтегровних функцій.
9. Лінійність і адитивність інтеграла Рімана, теорема про середнє значення.
10. Означення інтеграла зі змінною верхньою межею, теореми про неперервність і диференційовність, теорема про існування первісної, формула Ньютона-Лейбніца.
11. Заміна змінної й інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
12. Означення криволінійної трапеції і формула для обчислення її площі, площі плоских фігур у декартових та полярних координатах.
13. Диференціал довжини дуги. Обчислення довжини дуги кривої.
14. Обчислення об'ємів.
15. Обчислення площі поверхні тіла обертання.
16. Статичні моменти і координати центра мас.
17. Теореми Гульдїна.
18. Означення числового ряду, необхідні умови збіжності, геометричний ряд, гармонічний ряд, узагальнений гармонічний ряд.
19. Елементарні властивості числових рядів.
20. Критерій Коші збіжності числового ряду.
21. Критерій збіжності для числових рядів з невід'ємними членами, ознаки порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна Коші для додатних рядів.
22. Означення абсолютної і умовної збіжності ряду, теореми про абсолютно і умовно збіжні ряди.
23. Знакозмінний ряд. Ознака Лейбніца. Ряд Лейбніца.
24. Теореми про групування та перестановку членів абсолютно і умовно збіжного рядів.

Пропоновані на екзамені практичні завдання

передбачають перевірку умінь:

обчислювати невизначені та визначені інтеграли, застосовувати інтеграл Рімана до знаходження площ плоских фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл обертання, площ поверхонь тіл обертання, знаходження координат центра мас, статичних моментів; досліджувати на збіжність ряди за означенням, додатні ряди за ознаками збіжності додатних рядів, знакозмінні ряди за ознакою Лейбніца, досліджувати ряди на абсолютну та умовну збіжність.

Приклад екзаменаційного завдання

I блок

1. Чи правильне твердження: «Якщо $F(x)$ – первісна для функції $f(x)$ на проміжку X , то $F(x)$ неперервна на цьому проміжку»?

2. Знайти усі криві, кутовий коефіцієнт дотичної до яких у кожній точці дорівнює $2e^{2x}$.

a) $e^{2x} + C$

b) $2e^{2x} + C$

c) $\ln|2x| + C$

d) $2\ln|x| + C$

3. Чи правильне твердження: «Якщо $f(x)$ – раціональна функція, то її первісна є раціональною функцією»?

4. Яке із тверджень неправильне:

a) Якщо $f(x)+g(x)$ інтегровна на відрізку $[a; b]$, то й кожна з функцій $f(x)$ та $g(x)$ інтегровна на цьому відрізку.

b) Якщо кожна з функцій $f(x)$ та $g(x)$ інтегровна на відрізку $[a; b]$, то їх сума $f(x)+g(x)$ інтегровна на цьому відрізку.

c) Якщо функція $f(x)$ інтегровна на відрізку $[a; b]$, то $\exists c \in [a; b]$ така, що $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b - a)$.

d) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, де $c \in [a; b]$.

5. Формула інтегрування частинами визначеного інтеграла має вигляд:

a) $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$

b) $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$

c) $\int_a^b u dv = \frac{du}{dx} v \Big|_a^b - \int_a^b v du$

d) $\int_a^b u dv = \frac{du}{dx} v \Big|_a^b - \frac{dv}{dx} u \Big|_a^b$

6. Автомобіль рухається зі швидкістю $v(t) = 24t + 20$ (км/год). Яку відстань пройде автомобіль за перші 5 годин руху? У відповідь записати число, наприклад, 270.

7. Чи збіжний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{(2n-1)(5n-3)(5n+3)}$?

8. До збіжного числового ряду додали 2020 нових членів. Яке із тверджень правильне:

a) Утворений ряд збіжний, але може мати іншу суму, ніж початковий.

- b) Утворений ряд збіжний і має ту ж суму, що й початковий.
c) Утворений ряд розбіжний.
d) Утворений ряд може бути як збіжним, так і розбіжним; усе залежить від доданих членів.

9. Чи збіжний інтеграл $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$?

- a) Збіжний.
b) Розбіжний.
c) Про збіжність інтеграла нічого не можна сказати, бо цей інтеграл не береться.

10. Знайти суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$. У відповідь записати число, наприклад, 3.

II блок

1. Знайти площу фігури, обмеженої лініями

$$y = x^2 - 4x + 3, \quad y = x + 3.$$

2. Обчислити інтеграл

$$\int x^3 \sqrt{3x^4 + 4} dx.$$

3. Дослідити на збіжність ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}.$$

Екзаменатор



Марія АСТАФ'ЄВА

Завідувач кафедри



Світлана СЕМЕНЯКА