

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА**

**Кафедра математики і фізики**

**Затверджено на засіданні кафедри  
математики і фізики  
(протокол № 5 від 01.05.2024)**

**РОБОЧА ПРОГРАМА ІСПИТУ**

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА ДИНАМІЧНІ СИСТЕМИ:  
РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

галузь знань	11 Математика та статистика
спеціальність	111 Математика
освітня програма	111.00.01 Математика
факультет	Інформаційних технологій та математики

2023-2024 навчальний рік

## Опис програми іспиту

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка	
Кафедра математики і фізики	
Програма іспиту з дисципліни «Диференціальні рівняння та динамічні системи: Рівняння математичної фізики»	
3 курс – освітній рівень: перший (бакалаврський)	
Спеціальність 111 Математика	
Освітня програма: 111.00.01 Математика	
Форма проведення: тестування на платформі Moodle в ЕНК дисципліни: <a href="https://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=24839">https://elearning.kubg.edu.ua/course/view.php?id=24839</a>	
Тривалість проведення	<b>1 год. 20 хв.</b>
Максимальна кількість балів:	<b>40 балів</b>
<p>Екзамен проводиться в університетській аудиторії у тестовій формі із використанням персональних комп'ютерів, якщо ситуація дозволяє проведення освітнього процесу офлайн. Якщо ж освітній процес проходить дистанційно, то екзамен проводиться онлайн в режимі відеоконференції засобами Google Meet.</p> <p>Студент дає відповіді на запитання та завдання електронного тесту в системі Moodle. Тест містить 13 питань (завдань). З них 10 тестових питань закритого типу (тип питання – множинний вибір, вибір правильної відповіді із запропонованих варіантів), які передбачають автоматичну (комп'ютерну) перевірку і оцінюються по 1 балу кожне. Три практичні завдання (по 10 балів кожне) – відкритого типу (тип питання – есе) – задачі, повне розв'язання яких окремим файлом студент має розмістити в системі Moodle. Ці завдання передбачають ручну перевірку викладачем.</p> <p>Екзамен проводиться із суворим дотриманням принципів академічної доброчесності, що передбачає недопустимість списування, фальсифікацій та обману. При порушенні студент відсторонюється від подальшого проходження екзаменаційного тесту із підсумковою оцінкою Fx за дисципліну. При виконанні завдань допускається користування довідковою літературою, таблицями значень функції, критеріїв та ін.</p> <p>Підсумкова оцінка в балах (максимально 100 балів) за дисципліну є сумою результату поточного контролю за семестр (60 балів) та відповіді на екзамені (40 балів).</p>	
<b>Перелік тем, які виносяться на іспит:</b>	
1. Поняття диференціального рівняння з частинними похідними математичної фізики.	
2. Початкові та крайові умови.	
3. Поняття про коректність постановки задач математичної фізики за Адамаром.	

4. Поняття класичного розв'язку диференціального рівняння з частинними похідними.
5. Квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку. Характеристичне рівняння та характеристики.
6. Типи диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку: рівняння гіперболічного типу, параболічного типу і еліптичного типу.
7. Канонічний вигляд рівнянь з частинними похідними. Визначення типу диференціального рівняння з частинними похідними другого порядку.
8. Зведення рівнянь гіперболічного, параболічного і еліптичного типу до канонічного вигляду.
9. Задача про малі вільні коливання необмеженої струни.
10. Формула Даламбера. Фізична інтерпретація.
11. Пряма та обернена хвилі. Метод біжучих хвиль.
12. Вільні коливання напівобмеженої струни. Вимушені коливання необмеженої струни.
13. Постановка основних крайових задач для гіперболічних рівнянь в різних областях.
14. Постановка задачі про коливання струни в середовищі з опором, постановка задачі про коливання прямокутної та круглої мембрани.
15. Формула Кірхгофа. Принцип Гюйгенса.
16. Загальна схема методу відокремлення змінних розв'язування крайових задач для рівнянь гіперболічного типу.
17. Задача Штурма-Ліувілля, власні числа і власні функції оператора Штурма-Ліувілля та їх основні властивості.
18. Обґрунтування методу відокремлення змінних.
19. Задача про поширення тепла в необмеженому стержні. Задача Коші для рівняння теплопровідності. Поняття фундаментального розв'язку.
20. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності та його застосування для доведення теореми єдиності і неперервної залежності від початкових умов крайових задач для рівняння теплопровідності.
21. Постановка основних крайових задач для рівняння теплопровідності.
22. Задача про поширення тепла в прямокутних та кругових пластинах.
23. Метод відокремлення змінних для розв'язання крайової задачі про поширення тепла в скінченному стержні у випадку однорідного та неоднорідного рівняння теплопровідності.
24. Метод відокремлення змінних розв'язання задачі про поширення тепла в прямокутній пластині.
25. Гармонічні функції і їх властивості.
26. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.
27. Принцип максимуму для гармонійних функцій та його застосування.
28. Постановка крайових задач Діріхле і Неймана для рівнянь Лапласа Пуассона.
29. Постановка задачі Діріхле для круга.
30. Метод відокремлення змінних для крайової задачі для еліптичного рівняння у випадку круга.
31. Рівняння Ейлера.

32. Поняття функції Гріна для крайової задачі для рівняння Лапласа та її властивості.

33. Метод функції Гріна для розв'язання крайових задач для рівняння Лапласа.

**Приклад фрагменту тестових завдань відкритого типу**

1. Знайти розв'язки задачі Штурма-Ліувілля:

$$u'' + \lambda u = 0, \quad x \in (0, l), \quad u(0) = u'(l) = 0.$$

3. Розв'язати змішану задачу та дати фізичну інтерпретацію:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi, t > 0,$$

$$u|_{t=0} = \sin \frac{5x}{2}, \quad 0 \leq x \leq \pi,$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x|_{x=\pi} = 0, \quad t \geq 0.$$

3. Побудувати функцію Гріна для задачі Діріхле в кільці

$$a \leq \rho \leq b, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Екзаменатор



Олександра ЛОКАЗІУК

Завідувач кафедри



Світлана СЕМЕНЯКА